نظرى الهندسة

(١) **متوسط المثلث:** هو القطعة المستقيمة المرسومة من رأس المثلث وتنصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

(٢) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في نقطة واحدة.

(٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة ، وبنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

(٤) **في المثلث القائم:** طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة = نصف طول الوتر

(٥) **في المثلث القائم:** طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

(٦) في المثلث المتساوى الساقين زاويتا القاعدة متطابقتان (أي متساويتان في القياس)

(٧) إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متساويان في الطول.

(٨) إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإن زواياه الثلاثة تكون متساوية في القياس وقياس كل منها = ٦٠°

(٨) إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الأضلاع.

(٩) المثلث المتساوى الساقين الذى إحدى زواياه قياسها ٦٠ يكون متساوى الأضلاع

(١٣) في المثلث المتساوى الساقين: المتوسط المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عموديا على القاعدة.

(١٤) في المثلث المتساوى الساقين: منصف زاوية الرأس ينصف القاعدة ويكون عموديا عليها.

(١٥) في المثلث المتساوى الساقين: المستقيم المرسوم من الرأس عموديا على القاعدة ينصف كلا من القاعدة وزاوية الرأس.

(١٦) **محور تماثل القطعة المستقيمة:** هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها.

(١٧) أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها.

(١٨) إذا كانت نقطة على بعدين متساويين من طرفى قطعة فإن هذه النقطة تقع على محور تماثل القطعة.

(١٩) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين محور واحد

(٢٠) عدد محاور تماثل الثلث المتساوى الأضلاع ٣ محاور

(٢١) عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع صفر

(٢٢) إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية أكبر في القياس من المقابلة للضلع الآخر.

(٢٣) إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول من المقابل للزاوية الأخرى.

(٢٤) في المثلث القائم الوتر هو أكبر الأضلاع طولًا.

(٢٥) في أي مثلث مجموع طولى أي ضلعين أكبر من > طول الضلع الثالث.

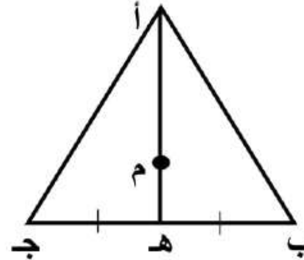
قواعد حل المسائل

متوسطات المثلث

1 إذا كان $\overline{أهـ}$ متوسط

، م نقطة تقاطع المتوسطات

فإن:



م هـ = $\frac{1}{2}$ أ م ، أ م = ٢ م هـ

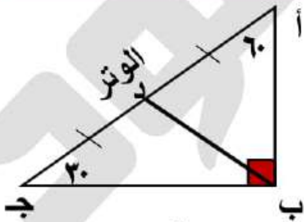
م هـ = $\frac{1}{3}$ المتوسط أ هـ ، أ م = $\frac{2}{3}$ المتوسط أ هـ

2 المتوسط الخارج من القائمة والضلع المقابل للزاوية ٣٠

إذا كان أ ب جـ Δ قائم

ب د متوسط خارج من القائمة

ق (جـ^) = ٣٠°

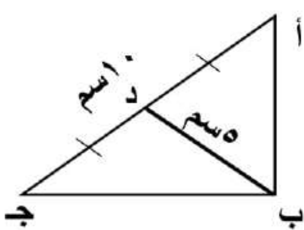


فإن: ب د = $\frac{1}{2}$ الوتر أ جـ ، أ ب = $\frac{1}{2}$ الوتر أ جـ

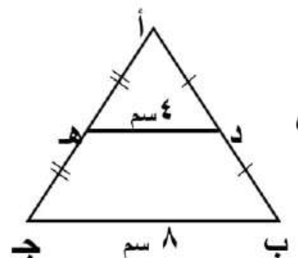
3 لإثبات أن الزاوية قائمة

إذا كان ب د = $\frac{1}{2}$ أ جـ

فإن ق (ب^) = ٩٠°



4 طول القطعة الواصلة بين منتصفى ضلعين في مثلث = نصف طول الضلع المقابل



∵ د ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ∴ د هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

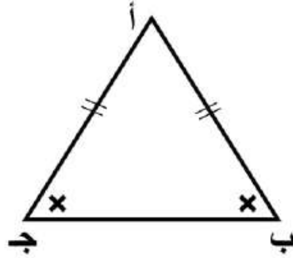
5 محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

المثلث المتساوى الساقين

1 ∵ أ ب = أ جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوى الساقين

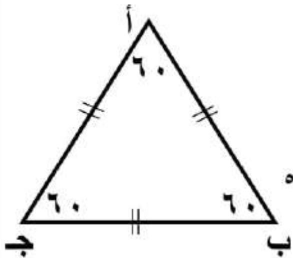
∴ ق (ب^) = ق (جـ^)



2 ∵ أ ب = أ جـ = ب جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

∴ ق (أ^) = ق (ب^) = ق (جـ^) = ٦٠°

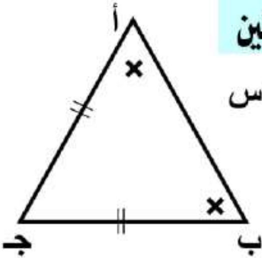


3 لإثبات أن Δ متساوى الساقين

نثبت أن زاويتان متساويتان في القياس

∵ ق (أ^) = ق (ب^)

∴ ب جـ = أ جـ

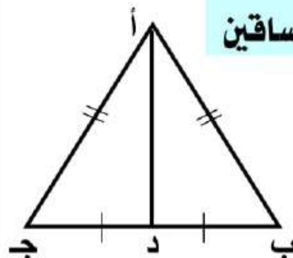


4 نتائج على المثلث المتساوى الساقين

∵ $\overleftarrow{أد}$ متوسط

∴ $\overleftarrow{أد}$ ينصف ∠ أ

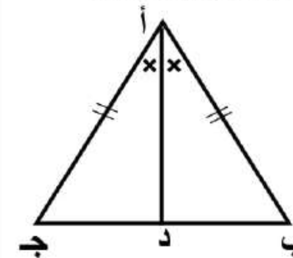
، $\overleftarrow{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$



∵ $\overleftarrow{أد}$ ينصف ∠ أ

∴ $\overleftarrow{أد}$ ينصف $\overline{بجـ}$

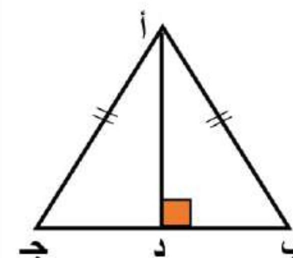
، $\overleftarrow{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$



∵ $\overleftarrow{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$

∴ $\overleftarrow{أد}$ ينصف $\overline{بجـ}$

، $\overleftarrow{أد}$ ينصف ∠ أ

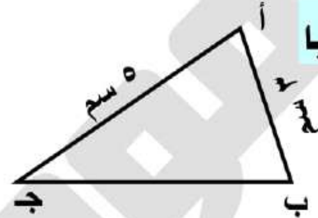


التباين

1 مسلمات التباين :

- إذا كان س > ص فإن س + ب > ص + ب
- إذا كان س > ص ، ب = جـ
  فإن س + ب > ص + جـ
- إذا كان س > ص فإن س ـ ب > ص ـ ب
- إذا كان س > ص ، ص > ع فإن س > ع
- إذا كان س > ص ، ب > جـ
  فإن س + ب > ص + جـ

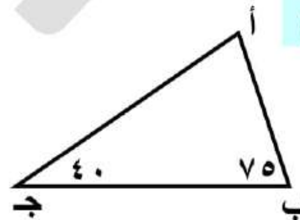
2 المقارنة بين قياسات الزوايا



إذا كان: أ جـ > أ ب

فإن: ق ($\hat{ب}$) > ق ($\hat{جـ}$)

3 المقارنة بين أطوال الأضلاع



إذا كان: ق ($\hat{ب}$) > ق ($\hat{جـ}$)

فإن: أ جـ > أ ب

4 الخلاصة

إذا كان ضلع > من ضلع فإن زاوية > زاوية

إذا كان زاوية > من زاوية فإن ضلع > ضلع

لإثبات أن ضلع > من ضلع نثبت أن زاوية > زاوية

لإثبات أن زاوية > من زاوية نثبت أن ضلع > ضلع

5 لمعرفة هل ٣ أعداد تصلح أطوال أضلاع مثلث أم لا:

نجمع أصغر ضلعين ونسيب الكبير ونشوف الآتى:

إذا كان مجموع أصغر ضلعين > الثالث (تصلح)

إذا كان مجموع أصغر ضلعين < الثالث (لا تصلح)

إذا كان مجموع أصغر ضلعين = الثالث (لا تصلح)

ملاحظات عامة

1

لإثبات ان الزاوية منفرجة:

نثبت أن قياسها > مجموع قياسى الزاويتين الأخريين

أو نثبت أن قياسها > مكملتها (اللى جنبها)

لإثبات ان الزاوية قائمة:

نثبت أن المتوسط الخارج منها = نصف الضلع المقابل لها

2

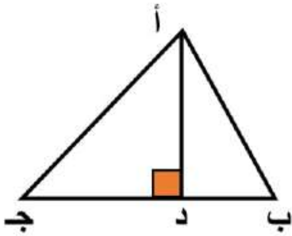
أكبر أضلاع المثلث طولا تقابله أكبر الزوايا قياسا

أكبر زوايا المثلث قياسا يقابلها أكبر الأضلاع طولا

الضلع المقابل للزاوية المنفرجة هو أكبر أضلاع المثلث

الوتر في المثلث القائم هو أكبر الأضلاع طولًا

3 أقصر طريق إلى روما :



أ د < أ ب ، أ د < أ جـ

4

عند إضافة كميات متساوية لطرفى المتباينة فإنها لا تتغير

فيظل الكبير كبير والصغير صغير والأهلى فوق الجميع

5

قياس أي زاوية خارجة عن المثلث أكبر من قياس أي زاوية داخلة ما عدا المجاورة لها

6

لو معلوم عندك طول ضلعين في مثلث وعايز تعرف الفترة التي ينتمى لها طول الضلع الثالث

اطرح الضلعين واجمعهم وحط الناتجين في فترة مفتوحة

أي أن: طول الضلع الثالث ∋] ناتج الطرح ، ناتج الجمع [

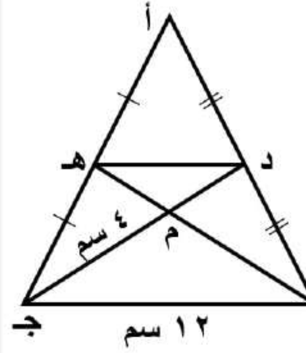
7

لو عندك طول ضلعين في مثلث متساوى الساقين فإن طول الضلع الثالث = طول الضلع الأكبر في المعلومين

مسائل محلولة على متوسطات المثلث

١ في الشكل المقابل:

د ، هـ منتصفا أب ، أجـ
ب هـ = ٩ سم ، م جـ = ٤ سم
ب جـ = ١٢ سم
أوجد محيط △ د م هـ

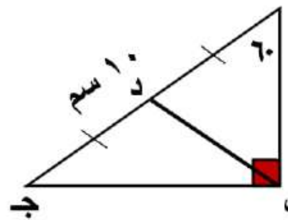


الحل

∵ د ، هـ منتصفا أب ، أجـ ∴ د هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ
∴ د هـ = ٦ سم
∵ جـ د متوسط ∴ م د = $\frac{١}{٢}$ م جـ
∴ م د = ٢ سم
∵ ب هـ متوسط ∴ م هـ = $\frac{١}{٣}$ ب هـ
∴ م هـ = $\frac{٩}{٣}$ = ٣ سم
∴ محيط △ د م هـ = ٦ + ٢ + ٣ = ١١ سم

٢ في الشكل المقابل:

أ ب جـ △ قائم في ب
أجـ = ١٠ سم ، ق (أ^) = ٦٠°
د منتصف أجـ
أوجد محيط △ أ ب د

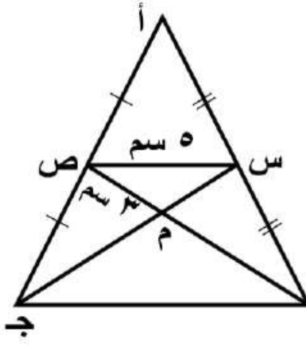


الحل

∵ ب د متوسط خارج من الزاوية القائمة
∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ∴ ب د = ٥ سم
∵ ق (أ^) = ٦٠° ∴ ق (جـ^) = ٣٠
∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ∴ أ ب = ٥ سم
∵ أ د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ = ٥ سم
∴ محيط △ أ ب د = ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ سم

٣ في الشكل المقابل:

س ، ص منتصفا أب ، أجـ
م ص = ٣ سم ، س جـ = ١٢ سم
س ص = ٥ سم
أوجد محيط △ م ب جـ

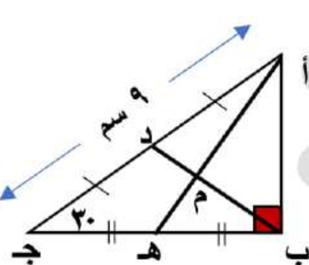


الحل

∵ س، ص منتصفا أب ، أجـ ∴ ب جـ = ٢ س ص
∴ ب جـ = ٢ × ٥ = ١٠ سم
∵ ب ص متوسط ∴ ب م = ٢ م ص
∴ ب م = ٢ × ٣ = ٦ سم
∵ جـ س متوسط ∴ جـ م = $\frac{٢}{٣}$ جـ س
∴ جـ م = $\frac{٢}{٣}$ × ١٢ = ٨ سم
∴ محيط △ م ب جـ = ١٠ + ٦ + ٨ = ٢٤ سم

٤ في الشكل المقابل:

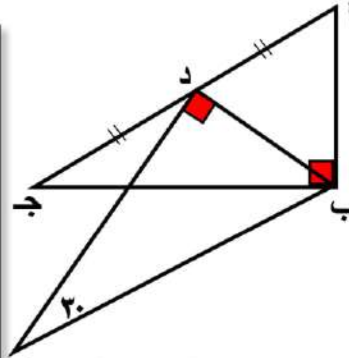
أ ب جـ △ قائم في ب
أجـ = ٩ سم ، ق (جـ^) = ٣٠°
د ، هـ منتصف أب ، ب جـ
أوجد طول كل من:
ب د ، ب م ، أ ب



الحل

∵ ب د متوسط خارج من الزاوية القائمة
∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ∴ ب د = $\frac{٩}{٢}$ = ٤,٥ سم
∵ ب د متوسط ∴ ب م = $\frac{٢}{٣}$ ب د = $\frac{٢}{٣}$ × ٤,٥ = ٣ سم
∵ ق (جـ^) = ٣٠°
∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ∴ أ ب = $\frac{٩}{٢}$ = ٥ سم

٥ فى الشكل المقابل:



ق(أ بˆ جـ) = ق(ب دˆ هـ) = ٩٠°

ق (هˆـ) = ٣٠°

د منتصف أ جـ

اثبت أن: أ جـ = ب هـ

الحل

في Δ أ ب جـ:

∵ ب د متوسط خارج من الزاوية القائمة

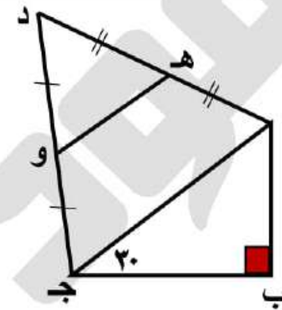
∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ الوتر أ جـ ⟵ (١)

في Δ ب د هـ: ∵ ق (هˆـ) = ٣٠°

∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ الوتر ب هـ ⟵ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : أ جـ = ب هـ

٦ فى الشكل المقابل:



ق (بˆ) = ٩٠°

، ق (أ جˆـ ب) = ٣٠°

هـ ، و منتصفا د أ ، د جـ

اثبت أن: أ ب = هـ و

الحل

في Δ أ ب جـ:

∵ ق (جˆـ) = ٣٠° ، ق(بˆ) = ٩٠°

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ⟵ (١)

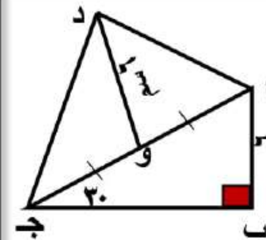
في Δ د أ جـ:

∵ هـ ، و منتصفا د أ ، د جـ

∴ هـ و = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ⟵ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : أ ب = هـ و

٦ فى الشكل المقابل:



ق (بˆ) = ٩٠، ق (أ جˆـ ب) = ٣٠°

و منتصف أ جـ

، أ ب = د و = ٦سم

اثبت أن: ق (دˆ) = ٩٠

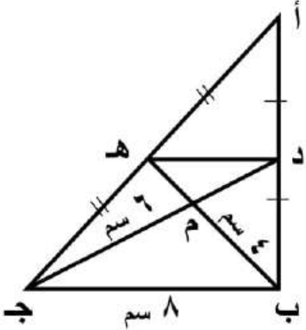
الحل

في Δ أ ب جـ: ∵ ق (جˆـ) = ٣٠° ، ق(بˆ) = ٩٠°

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ الوتر أ جـ ∴ أ جـ = ١٢ سم

في Δ أ د جـ: ∵ د و = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ∴ ق (دˆ) = ٩٠°

٧ فى الشكل المقابل:



د ، هـ منتصفا أ ب ، أ جـ

ب م = ٤ سم ، م جـ = ٦ سم

ب جـ = ٨ سم

أوجد محيط Δ د م هـ

الحل

∵ د ، هـ منتصفا أ ب ، أ جـ ∴ د هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

∴ د هـ = ٤ سم

∵ جـ د متوسط ∴ م د = $\frac{١}{٢}$ م جـ

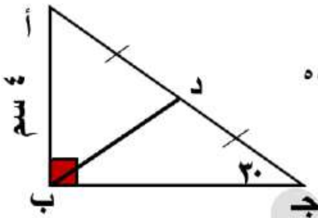
∴ م د = ٣ سم

∵ ب هـ متوسط ∴ م هـ = $\frac{١}{٢}$ ب م

∴ م هـ = ٢ سم

∴ محيط Δ د م هـ = ٤ + ٣ + ٢ = ٩ سم

٨ فى الشكل المقابل:



أ ب جـ Δ قائم في ب

أ ب= ٤ سم ، ق (جˆـ) = ٣٠°

د منتصف أ جـ

أوجد : ١) طول أ جـ

٢) محيط Δ أ ب د

الحل

∵ ق (جˆـ) = ٣٠° ∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

∴ أ جـ = ٤ × ٢ = ٨ سم

∵ ب د متوسط خارج من الزاوية القائمة

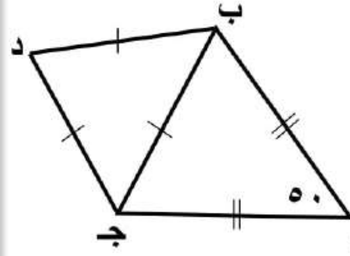
∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ∴ ب د = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ سم

∵ أ د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ = ٤ سم

∴ محيط Δ أ ب د = ٤ + ٤ + ٤ = ١٢ سم

المثلث المتساوى الساقين

١ فى الشكل المقابل:



أ ب = أ جـ

Δ د ب جـ متساوى الأضلاع

ق ($\hat{أ}$) = ٥٠°

أوجد ق (أ $\hat{ب}$ د)

الحل

في Δ أ ب جـ:

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب)

∴ ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = $\frac{١٨٠ - ٥٠}{٢}$ = $\frac{١٣٠}{٢}$ = ٦٥° ⟵ (١)

في Δ د ب جـ:

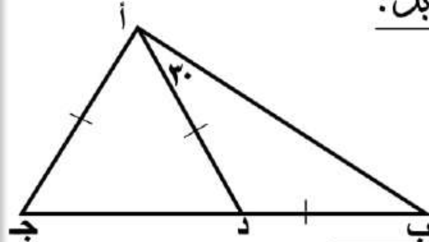
∵ Δ د ب جـ متساوى الأضلاع

∴ ق (د $\hat{ب}$ جـ) = ٦٠° ⟵ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق (أ $\hat{ب}$ د) = ٦٥ + ٦٠ = ١٢٥°

٢ فى الشكل المقابل:



ب د = د أ = أ جـ

ق (ب $\hat{أ}$ د) = ٣٠°

أوجد ق (د $\hat{أ}$ جـ)

الحل

في Δ أ د ب :

∵ أ د = د ب ∴ ق (ب أ د) = ق ($\hat{ب}$) = ٣٠°

∴ ق (أ $\hat{د}$ ب) = ١٨٠ - (٣٠ + ٣٠) = ١٢٠°

∵ ق (ب $\hat{د}$ جـ) = ١٨٠ زاوية مستقيمة

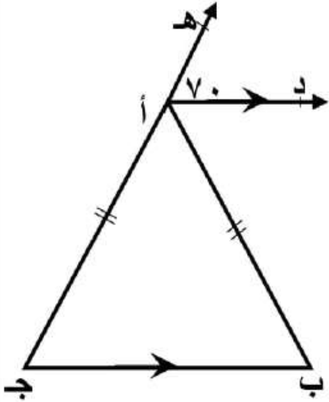
∴ ق (أ $\hat{د}$ جـ) = ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠°

في Δ أ د جـ :

∵ أ د = أ جـ ∴ ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ق(أ $\hat{د}$ جـ) = ٦٠°

∴ ق (د $\hat{أ}$ جـ) = ١٨٠ - (٦٠ + ٦٠) = ٦٠°

٣ فى الشكل المقابل:



أ ب = أ جـ

$\overleftarrow{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

ق (هـ أ د) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ أ ب جـ

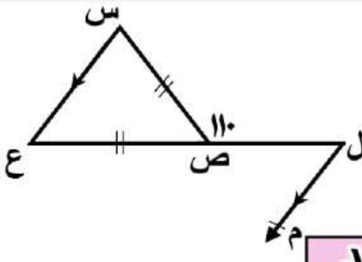
الحل

∵ $\overleftarrow{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ ق ($\hat{جـ}$) = ق (هـ $\hat{أ}$ د) = ٧٠° بالتناظر

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{جـ}$) = ٧٠°

∴ ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ١٨٠ - (٧٠ + ٧٠) = ٤٠°

٤ فى الشكل المقابل:



ص س = ص ع

$\overleftarrow{ل م}$ // $\overline{س ع}$

ق (س $\hat{ص}$ ل) = ١١٠°

أوجد ق ($\hat{ل}$)

الحل

∵ ق (ل $\hat{ص}$ ع) الخارجة = ق ($\hat{س}$) + ق ($\hat{ع}$)

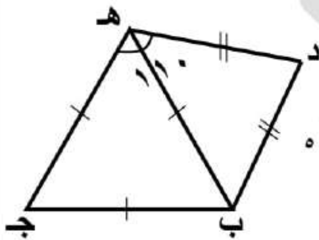
∴ ق ($\hat{س}$) + ق ($\hat{ع}$) = ١١٠°

∵ ص س = ص ع

∴ ق ($\hat{ع}$) = ق ($\hat{س}$) = $\frac{١١٠}{٢}$ = ٥٥°

∵ $\overleftarrow{ل م}$ // $\overline{س ع}$ ∴ ق ($\hat{ل}$) = ق ($\hat{ع}$) = ٥٥° بالتبادل

٥ فى الشكل المقابل:



هـ ب = هـ جـ = ب جـ

د هـ = د ب ، ق(د $\hat{هـ}$ جـ) = ١١٠°

أوجد ق ($\hat{د}$)

الحل

∵ هـ ب = هـ جـ = ب جـ (مثلث متساوى الأضلاع)

∴ ق (ب $\hat{هـ}$ جـ) = ٦٠°

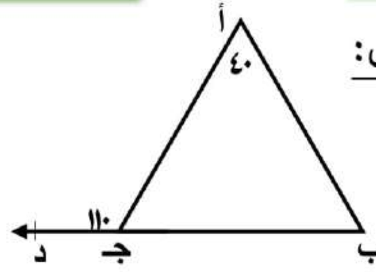
∴ ق (د $\hat{هـ}$ ب) = ١١٠ - ٦٠ = ٥٠°

∵ د هـ = د ب

∴ ق (د $\hat{هـ}$ ب) = ق (د $\hat{ب}$ هـ) = ٥٠°

∴ ق ($\hat{د}$) = ١٨٠ - (٥٠ + ٥٠) = ٨٠°

٦ فى الشكل المقابل:



ق (أ جـ د) = ١١٠°
ق (أ) = ٤٠°
اثبت أن Δ أ ب جـ متساوى الساقين

الحل

∵ ق (أ جـ د) = ١١٠° وهى زاوية خارجة عن Δ

∴ ق (ب) = ١١٠ ـ ٤٠ = ٧٠°

∴ ق (أ جـ ب) = ١٨٠ ـ (٤٠ + ٧٠) = ٧٠°

∴ ق (ب) = ق (أ جـ ب) ∴ أ ب = أ جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوى الساقين

٧ فى الشكل المقابل:



د هـ // ب جـ ، ق (د) = ٥٥°
ق (ب أ د) = ١١٠°
اثبت أن Δ أ ب جـ متساوى الساقين

الحل

∵ د هـ // ب جـ

∴ ق (د) = ق (جـ) = ٥٥° بالتبادل

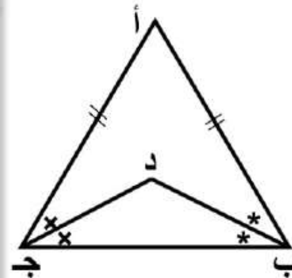
، ∵ (ب أ د) زاوية خارجة عن Δ أ ب جـ

∴ ق (ب أ د) الخارجة = ق (ب) + ق (جـ)

∴ ق (ب) = ١١٠ ـ ٥٥ = ٥٥°

∵ ق (ب) = ق (جـ) = ٥٥° ∴ Δ أ ب جـ متساوى الساقين

٨ فى الشكل المقابل:



أ ب = أ جـ
ب د ينصف ∠ أ ب جـ
جـ د ينصف ∠ أ جـ ب
اثبت أن Δ د ب جـ متساوى الساقين

الحل

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (ب) = ق (جـ)

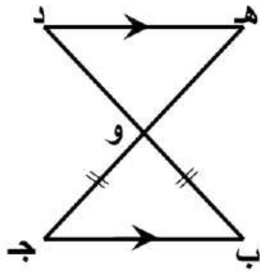
∵ ب د ينصف أ ب جـ ، جـ د ينصف ∠ أ جـ ب

∴ $\frac{1}{2}$ ق (ب) = $\frac{1}{2}$ ق (جـ)

∴ ق (د ب جـ) = ق (د جـ ب)

∴ د ب = د جـ ∴ Δ د ب جـ متساوى الساقين

٩ فى الشكل المقابل:



هـ د // ب جـ
و ب = و جـ
اثبت أن: و هـ = و د

الحل

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (ب) = ق (جـ) ← (١)

∵ هـ د // ب جـ

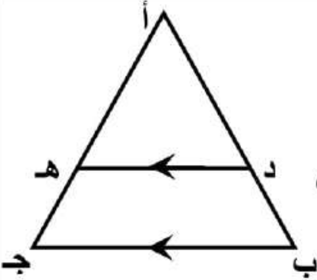
∴ ق (ب) = ق (د) بالتبادل ← (٢)

، ق (جـ) = ق (هـ) بالتبادل ← (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن:

ق (د) = ق (هـ) ∴ و هـ = و د

١٠ فى الشكل المقابل:



أ ب = أ جـ ، د هـ // ب جـ
اثبت أن Δ أ د هـ متساوى الساقين

الحل

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (ب) = ق (جـ) ← (١)

∵ د هـ // ب جـ

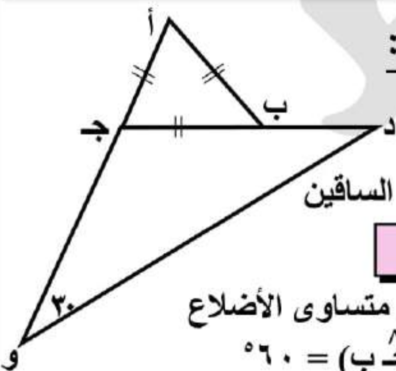
∴ ق (ب) = ق (أ د هـ) بالتناظر ← (٢)

، ق (جـ) = ق (أ هـ د) بالتناظر ← (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن: ق (أ د هـ) = ق (أ هـ د)

∴ Δ أ د هـ متساوى الساقين

١١ فى الشكل المقابل:



Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع
ق (و) = ٣٠°
اثبت أن Δ د جـ و متساوى الساقين

الحل

∵ Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

∴ ق (أ جـ ب) = ٦٠°

وهى خارجة عن Δ د جـ و

∵ ق (أ جـ ب) الخارجة = ق (د) + ق (و)

∴ ق (د) = ٦٠ ـ ٣٠ = ٣٠°

∴ ق (د) = ق (و) ∴ Δ د جـ و متساوى الساقين

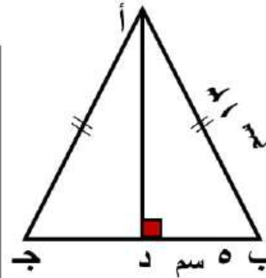
١٢ فى الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

أ ب = ١٣ سم ، ب د = ٥ سم

أوجد: ١) طول ب جـ

٢) مساحة Δ أ ب جـ



الحل

∵ أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

∴ د منتصف ب جـ

∴ ب جـ = ٥ × ٢ = ١٠سم (المطلوب الأول)

∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

في Δ أ د ب القائم: من فيثاغورث

أ د = $\sqrt{١٣^٢ - ٥^٢}$ = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

∴ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٢ = ٦٠ سم^٢

١٣ فى الشكل المقابل:

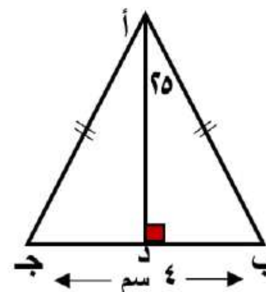
أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

ب د = ٥ سم

ق (ب $\hat{أ}$ د) = ٢٥°

أوجد: ١) طول د جـ

٢) ق (د $\hat{أ}$ جـ)



الحل

∵ أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

∴ د منتصف ب جـ

∴ د جـ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢ سم

∵ أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

∴ أ د ينصف ∠ أ

∴ ق (د $\hat{أ}$ جـ) = ق (ب $\hat{أ}$ د) = ٢٥°

١٤ فى الشكل المقابل:

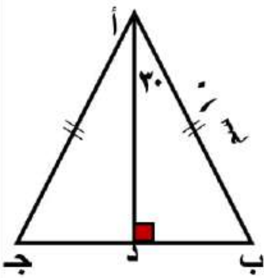
أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

ق (ب $\hat{أ}$ د) = ٣٠°

أ ب = ١٠ سم

أوجد: ١) طول ب جـ

٢) مساحة Δ أ ب جـ



الحل

∵ ق (ب $\hat{أ}$ د) = ٣٠°

∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ الوتر أ ب ∴ ب د = ٥ سم

∵ أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

∴ أ د تنصف ب جـ

∴ ب جـ = ٥ × ٢ = ١٠ سم (المطلوب الأول)

في Δ أ ب د القائم: من فيثاغورث

أ د = $\sqrt{١٠^٢ - ٥^٢}$ = $\sqrt{٧٥}$ = ٥ $\sqrt{٣}$ سم

مساحة Δ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٥ $\sqrt{٣}$ = ٢٥ $\sqrt{٣}$ سم^٢

١٥ فى الشكل المقابل:

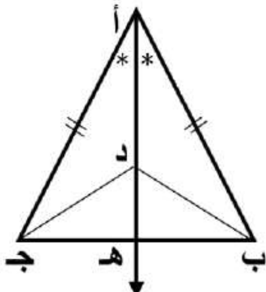
أ ب = أ جـ ، أ هـ ⊥ ب جـ

ق (ب $\hat{أ}$ هـ) = ق (جـ $\hat{أ}$ هـ)

اثبت أن:

١) ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

٢) د ب = جـ د



الحل

∵ أ ب = أ جـ ، أ هـ ينصف ∠ أ

∴ أ هـ ⊥ ب جـ ، أ هـ ينصف ب جـ

∴ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ (المطلوب الأول)

∵ أ هـ ⊥ ب جـ من منتصفها

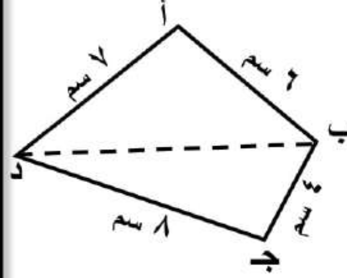
∴ أ هـ محور تماثل ب جـ

∵ د ∈ أ هـ ∴ د ب = د جـ

التباين

١ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى فيه
أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٤ سم
أ د = ٧ سم ، جـ د = ٨ سم
اثبت أن:
ق (أ $\hat{ب}$ جـ) > ق (أ $\hat{د}$ جـ)



الحل

العمل: نرسم $\overline{ب د}$

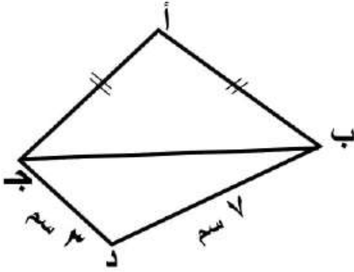
في Δ أ ب د : ∵ أ د > أ ب
∴ ق (أ $\hat{ب}$ د) > ق (أ $\hat{د}$ ب) ⟵ (١)

في Δ ب جـ د : ∵ جـ د > ب جـ
∴ ق (جـ $\hat{ب}$ د) > ق (جـ $\hat{د}$ ب) ⟵ (٢)

بجمع ١ ، ٢ ينتج أن:
ق (أ $\hat{ب}$ جـ) > ق (أ $\hat{د}$ جـ)

٣ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى فيه
أ ب = أ جـ
ب د = ٧ سم ، جـ د = ٣ سم
اثبت أن:
ق (أ $\hat{جـ}$ د) > ق (أ $\hat{ب}$ د)



الحل

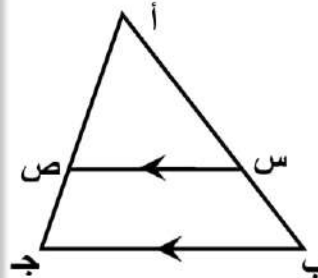
في Δ أ ب جـ : ∵ أ ب = أ جـ
∴ ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب) ⟵ (١)

في Δ ب د جـ : ∵ ب د > جـ د
∴ ق (د $\hat{جـ}$ ب) > ق (د $\hat{ب}$ جـ) ⟵ (٢)

بجمع ١ ، ٢ ينتج أن:
ق (أ $\hat{جـ}$ د) > ق (أ $\hat{ب}$ د)

٢ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ Δ فيه:
أ ب > أ جـ ، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$
اثبت أن:
ق (أ $\hat{ص}$ س) > ق (أ $\hat{س}$ ص)



الحل

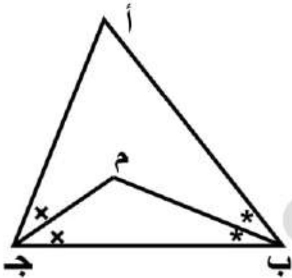
في Δ أ ب د :
∵ أ ب > أ جـ ∴ ق ($\hat{جـ}$) > ق ($\hat{ب}$) ⟵ (١)

∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$
∴ ق ($\hat{جـ}$) = ق (أ $\hat{ص}$ س) بالتناظر ⟵ (٢)
، ق ($\hat{ب}$) = ق (أ $\hat{س}$ ص) بالتناظر ⟵ (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن:
ق (أ $\hat{ص}$ س) > ق (أ $\hat{س}$ ص)

٤ فى الشكل المقابل:

أ ب > أ جـ
$\overrightarrow{ب م}$ ينصف ∠ ب
$\overrightarrow{جـ م}$ ينصف ∠ جـ
برهن أن:
ق (م $\hat{جـ}$ ب) > ق (م $\hat{ب}$ جـ)



الحل

∵ أ ب > أ جـ
∴ ق ($\hat{جـ}$) > ق ($\hat{ب}$)

∵ $\overrightarrow{ب م}$ ينصف ∠ أ ب جـ ، $\overrightarrow{جـ م}$ ينصف ∠ أ جـ ب

∴ $\frac{١}{٢}$ ق ($\hat{جـ}$) > $\frac{١}{٢}$ ق ($\hat{ب}$)

∴ ق (م $\hat{جـ}$ ب) > ق (م $\hat{ب}$ جـ)

٥ فى الشكل المقابل:

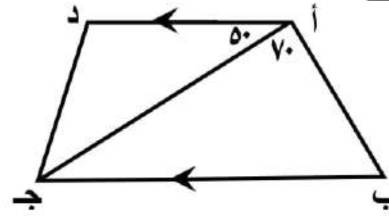
أ د // ب جـ

ق (ب أ^ جـ) = ٧٠°

ق (د أ^ جـ) = ٥٠°

اثبت أن:

ب جـ > أ جـ



الحل

∵ أ د // ب جـ

∴ ق (أ جـ^ ب) = ٥٠° بالتبادل

∴ ق (ب^) = ١٨٠ ـ (٧٠ + ٥٠) = ٦٠°

∵ ق (ب أ^ جـ) = ٧٠° ، ق (ب^) = ٦٠°

∴ ق (ب أ^ جـ) > ق (ب^)

∴ ب جـ > أ جـ

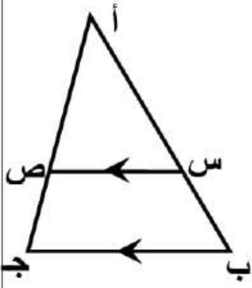
٧ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ Δ فيه:

أ ب > أ جـ ، س ص // ب جـ

اثبت أن:

أ س > أ ص



الحل

فى Δ أ ب د :

∵ أ ب > أ جـ ∴ ق (جـ^) > ق (ب^) ← (١)

∵ س ص // ب جـ

∴ ق (جـ^) = ق (أ ص^ س) بالتناظر ← (٢)

، ق (ب^) = ق (أ س^ ص) بالتناظر ← (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن:

ق (أ ص^ س) > ق (أ س^ ص)

∴ أ س > أ ص

٦ فى الشكل المقابل:

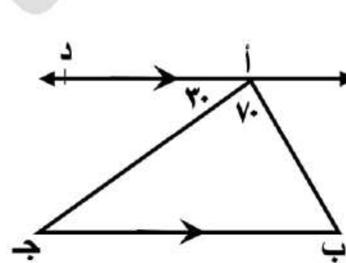
أ د // ب جـ

ق (ب أ^ جـ) = ٧٠°

ق (د أ^ جـ) = ٣٠°

اثبت أن:

أ جـ > ب جـ



الحل

∵ أ د // ب جـ

∴ ق (جـ^) = ٣٠° بالتبادل

∴ ق (ب^) = ١٨٠ ـ (٧٠ + ٣٠) = ٨٠°

∵ ق (ب أ^ جـ) = ٧٠ ، ق (ب^) = ٨٠°

∴ ق (ب^) > ق (ب أ^ جـ)

∴ أ جـ > ب جـ

٨ فى الشكل المقابل:

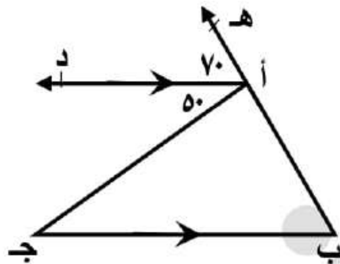
أ د // ب جـ

ق (هـ أ^ د) = ٧٠°

ق (جـ أ^ د) = ٥٠°

اثبت أن:

أ جـ > أ ب



الحل

∵ أ د // ب جـ

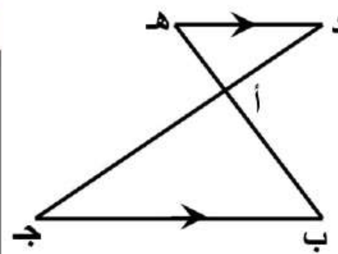
∴ ق (جـ^) = ٥٠° بالتبادل

، ق (ب^) = ٧٠° بالتناظر

∴ ق (ب^) > ق (جـ^)

∴ أ جـ > أ ب

٩ فى الشكل المقابل:



أ جـ > أ ب

د هـ // ب جـ

اثبت أن: أ د > أ هـ

الحل

فى Δ أ ب د :

∵ أ جـ > أ ب ∴ ق (ب̂) > ق (جـ̂) ← (١)

∵ د هـ // ب جـ

∴ ق (ب̂) = ق (هـ̂) بالتبادل ← (٢)

، ق (جـ̂) = ق (د̂) بالتبادل ← (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن:

ق (هـ̂) > ق (د̂)

∴ أ د > أ هـ

١٠ أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٥ سم

أ جـ = ٨ سم رتب تصاعديا قياسات زوايا Δ أ ب جـ

الحل

نرتب الأضلاع: ب جـ < أ ب < أ جـ

ترتيب الزوايا: ق (أ̂) < ق (جـ̂) < ق (ب̂)

١١ أ ب جـ مثلث فيه ق (أ̂) = ٤٠° ، ق (ب̂) = ٦٠°

ق (جـ̂) = ٨٠° رتب تنازليا أطوال أضلاع Δ أ ب جـ

الحل

نرتب الزوايا: ق (جـ̂) > ق (ب̂) > ق (أ̂)

نرتب الأضلاع: أ ب > أ جـ > ب جـ

١٢ أ ب جـ مثلث فيه ق (أ̂) = ٥٠° ، ق (ب̂) = ٦٠°

رتب تصاعديا أطوال أضلاع Δ أ ب جـ

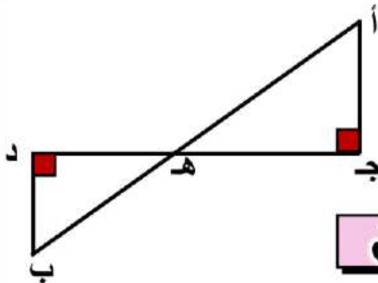
الحل

ق (جـ̂) = ١٨٠ ـ (٥٠ + ٦٠) = ٧٠°

نرتب الزوايا: ق (أ̂) < ق (ب̂) < ق (جـ̂)

نرتب الأضلاع: ب جـ < أ جـ < أ ب

١٣ فى الشكل المقابل:



ق (جـ̂) = ق (د̂) = ٩٠

اثبت أن:

أ ب > جـ د

الحل

فى Δ أ جـ هـ :

∵ ق (جـ̂) = ٩٠ ∴ الوتر أ هـ > جـ هـ ← (١)

فى Δ أ جـ هـ :

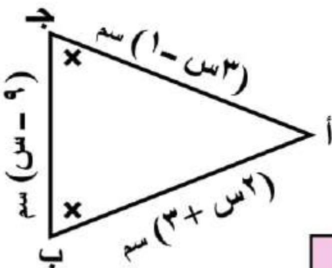
∵ ق (د̂) = ٩٠ ∴ الوتر ب هـ > هـ د ← (٢)

بجمع ١ ، ٢ ينتج أن:

أ هـ + ب هـ > جـ هـ + هـ د

∴ أ ب > جـ د

١٤ فى الشكل المقابل:



ق (ب̂) = ق (جـ̂)

أوجد قيمة س

ثم احسب محيط Δ أ ب جـ

الحل

∵ ق (ب̂) = ق (جـ̂) ∴ أ جـ = أ ب

∴ ٣س ـ ١ = ٢س + ٣

٣س ـ ٢س = ٣ + ١ ∴ س = ٤

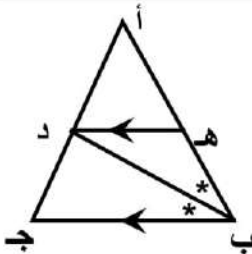
أ جـ = ٣س ـ ١ = ٣×٤ ـ ١ = ١١ سم

أ ب = ٢س + ٣ = ٢×٤ + ٣ = ١١ سم

ب جـ = ٩ ـ س = ٩ ـ ٤ = ٥ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ١١ + ١١ + ٥ = ٢٧ سم

١٥ فى الشكل المقابل:



هـ د // ب جـ

ب د ينصف ∠ أ ب جـ

اثبت أن: Δ هـ ب د متساوى الساقين

الحل

∵ هـ د // ب جـ

∴ ق (هـ د̂ ب) = ق (د ب̂ جـ) بالتبادل ← (١)

∵ ب د ينصف ∠ أ ب جـ

∴ ق (هـ ب̂ د) = ق (د ب̂ جـ) ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن:

∴ ق (هـ د̂ ب) = ق (هـ ب̂ د) ∴ Δ هـ ب د متساوى الساقين

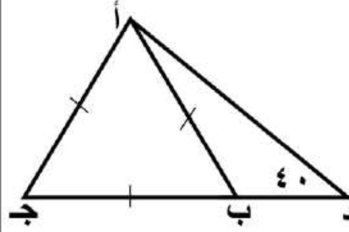
تدريبات عامة

١ فى الشكل المقابل:

أ ب = ب جـ = أ جـ

ق($\hat{د}$) = ٤٠°

أوجد ق (د $\hat{أ}$ ب)



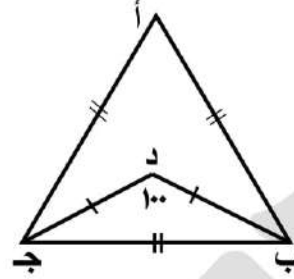
٢ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ Δ متساوى الأضلاع

د ب = د جـ

ق($\hat{د}$) = ١٠٠°

أوجد ق (أ $\hat{ب}$ د)



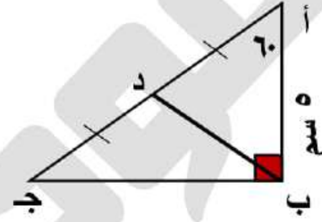
٣ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ Δ قائم في ب

د منتصف $\overline{أ جـ}$

ق($\hat{أ}$) = ٦٠°

أوجد طول كل من: أ جـ ، ب د



٤ فى الشكل المقابل:

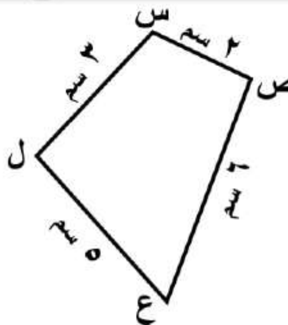
أ ب جـ د شكل رباعى فيه

س ل = ٣ سم ، س ص = ٢ سم

ع ل = ٥ سم ، ص ع = ٦ سم

اثبت أن:

ق (ص $\hat{س}$ ل) > ق (ص $\hat{ع}$ ل)



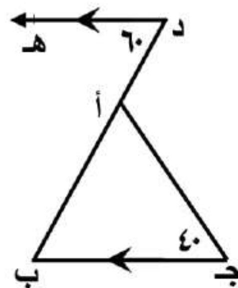
٤ فى الشكل المقابل:

$\overleftarrow{د هـ}$ // $\overleftarrow{ب جـ}$ ،

ق ($\hat{د}$) = ٦٠°

ق ($\hat{جـ}$) = ٤٠°

اثبت أن ب جـ > أ ب



٦

في Δ أ ب جـ إذا كان أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٥ سم

، أ جـ = ٨ سم رتب تنازليا قياسات زواياه

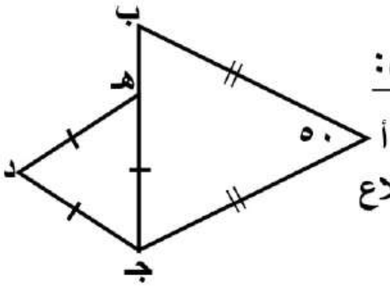
٧ فى الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ

د هـ جـ Δ متساوى الأضلاع

ق($\hat{أ}$) = ٥٠°

أوجد ق (أ $\hat{جـ}$ د)



٨ فى الشكل المقابل:

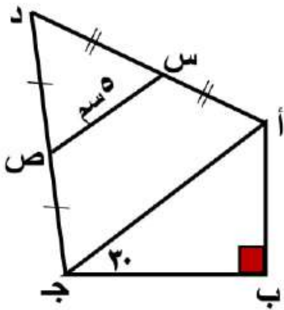
ق ($\hat{ب}$) = ٩٠°

ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ٣٠°

س ، ص منتصفا $\overline{د أ}$ ، $\overline{د جـ}$

س ص = ٥ سم

أوجد: محيط Δ أ ب جـ



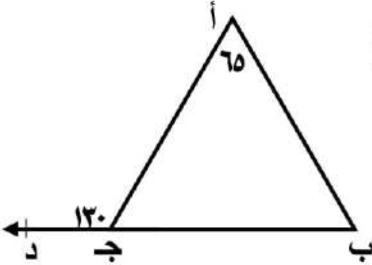
٩ فى الشكل المقابل:

ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ١٣٠°

ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

اثبت أن Δ أ ب جـ

متساوى الساقين



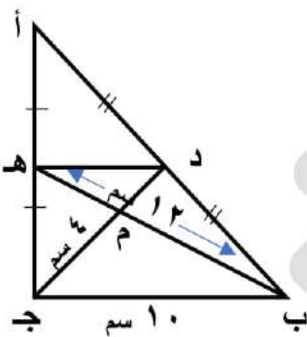
١٠ فى الشكل المقابل:

د ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$

جـ م = ٤سم ، ب هـ = ١٢سم

ب جـ = ١٠ سم

أوجد محيط Δ م د هـ



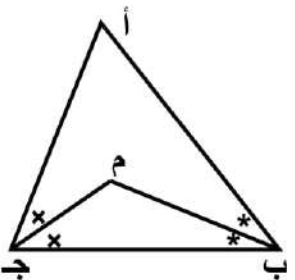
١١ فى الشكل المقابل:

أ ب > أ جـ

$\overleftarrow{ب م}$ ينصف ∠ ب

$\overleftarrow{جـ م}$ ينصف ∠ جـ

برهن أن: م ب > م جـ



١٢

في Δ أ ب جـ إذا كان ق ($\hat{ب}$) = ٣٥ ، ق ($\hat{جـ}$) = ٧٠

رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعديا

أكمل ما يأتي:

1 نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة .... من جهة الرأس

2 نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة .... من جهة القاعدة

3 نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة

4 في ∆ د هـ و إذا كان ق (هـ^) = ١٢٥° فإن أطول أضلاع المثلث هو ....

5 في ∆ أ ب جـ إذا كان أ ب = أ جـ ، ق (ب^) = ٧٠° فإن ق (أ^) = ...

6 أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولا هو ....

7 عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين ....

8 عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع .... وعدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع ....

9 أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٧ سم فإن أ جـ = ...

10 في أي مثلث يكون مجموع طولى أي ضلعين .... طول الضلع الثالث

11 طول أي ضلع في مثلث .... مجموع طولى الضلعين الآخرين

12 في ∆ أ ب جـ يكون أ ب + ب جـ .... أ جـ

13 في ∆ أ ب جـ إذا كان أ ب > أ جـ فإن ق (ب^) .... ق (جـ^)

14 في ∆ س ص ع إذا كان س ع < س ص فإن ق (ص^) .... ق (ع^)

15 في ∆ س ص ع إذا كان ق (ص^) > ق (ع^) فإن س ع .... س ص

16 س ص ع مثلث فيه ق (ع^) = ٥٠° ، ق (ص^) = ٦٠° فإن ص ع ....س ص

17 إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة في المثلث المتساوى الساقين ٥٠° فإن قياس زاوية رأسه تساوى ....

18 إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ....

19 إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول يقابله ....

20 إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين = ٦٠° كان المثلث ....

21 إذا كان إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية يساوى ٤٥° كان المثلث ....

22 في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠ يساوى .... طول الوتر

23 في ∆ أ ب جـ إذا كان ق (أ^) = ٣٠° ، ق (ب^) = ٩٠° فإن ب جـ = ... أ جـ

24 متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في ....

25 إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٤ سم ، ٩ سم فإن طول الضلع الثالث ∋ ....

26 زاويتا القاعدة في المثلث المتساوى الساقين ....

27 المستقيم العمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها يسمى .... القطعة المستقيمة.

28 قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع تساوى ....

29 منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوى الساقين يكون .... ، ....

30 إذا كانت أ ∋ محور تماثل ب جـ فإن أ ب .... أ جـ

31 محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم .... من منتصفها

32 في △ أ ب جـ إذا ق ($\hat{أ}$) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاعه طولا هو ....

33 إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٢ سم ، ٧ سم فإن: .... < طول الضلع الثالث < ....

34 طول متوسط المثلث القائم الخارج من الزاوية القائمة يساوى ....

35 عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية يساوى ....

36 المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين عموديا على قاعدته ينصف كلا من .... ، ....

37 إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين ١٢٠° فإن قياس إحدى الزاويتين الأخريين = ...

38 بعد أي نقطة عن مستقيم معلوم هو طول ....المرسوم من هذه النقطة إلى هذا المستقيم.

39 أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ب جـ ، ق ($\hat{أ}$) = ٧٠° فإن ق ($\hat{جـ}$) = ...

40 متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس يكون .... القاعدة.

41 نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة ....

42 △ أ ب جـ المنفرج الزاوية في جـ يكون فيه أ ب ....أ جـ

43 المثلث القائم الذى قياس إحدى زواياه ٤٥° عدد محاور تماثله هو ....

44 △ أ ب جـ فيه أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ١٥ سم فإن أ جـ ∋ ....

45 △ أ ب جـ فيه أ ب = ٤سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٧ سم فإن أصغر زوايا المثلث في القياس ....

46 إذا كان قياس زاويتين في مثلث هما ٥٠° ، ٨٠° فإن المثلث يكون ....

47 إذا كان المثلث د هـ و القائم الزاوية في هـ فيه د هـ = $\frac{١}{٢}$ د و فإن ق $\hat{}$ (و) = ...

48 إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوى الساقين ٨٠° فإن قياس إحدى زاويتى القاعدة = ...

49 أب جـ مثلث فيه أ ب = ب جـ = أ جـ فإن ق ($\hat{ب}$) = ...

50 أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم

اختر الإجابة الصحيحة

1 أ ب جـ مثلث فيه أ ب > أ جـ فإن ق (بْ) .... ق (جْ)

أ) < ب) > جـ) = د) ضعف

2 أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ب جـ ، ق (أْ) = ٤٠° فإن ق (بْ) = ... °

أ) ٤٠ ب) ٨٠ جـ) ٧٠ د) ١٠٠

3 في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب إذا كان أ جـ = ٢٠ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم

أ) ١٠ ب) ٨ جـ) ٦ د) ٥

4 س ص ع مثلث فيه ق (عْ) = ٧٠° ، ق (صْ) = ٦٠° فإن ص ع .... س ص

أ) < ب) > جـ) = د) ضعف

5 المثلث الذى قياسا زاويتين فيه ٤٢° ، ٦٩° يكون ....

أ) متساوى الساقين ب) متساوى الأضلاع جـ) مختلف الأضلاع د) قائم الزاوية

6 عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

7 عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

8 مجموع طولى أي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث

أ) أكبر من ب) أصغر من جـ) يساوى د) ضعف

9 مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث .... سم

أ) ٤ ب) ٨ جـ) ٣ د) ١٢

10 س ص ع $\triangle$ متساوى الساقين فيه ق (سْ) = ١٠٠° فإن ق (صْ) = ... °

أ) ١٠٠ ب) ٨٠ جـ) ٦٠ د) ٤٠

11 إذا كان $\triangle$ أ ب جـ فيه ق (بْ) = ١٣٠° فإن أكبر أضلاعه طولا هو ....

أ) ب جـ ب) أ جـ جـ) أ ب د) المتوسط

12 $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ب جـ فإن ق (أْ) = ... °

أ) ٩٠ ب) ٥٠ جـ) ٤٥ د) ٣٠

13 نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة .... من جهة الرأس

أ) ٢ : ١ ب) ١ : ٢ جـ) ٢ : ٣ د) ٣ : ٢

14 طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر

أ) ربع ب) نصف جـ) ثلث د) ضعف

15 مثلث طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٩ سم وله محور تماثل واحد فإن طول ضلعه الثالث .... سم

أ) ٤ ب) ٩ جـ) ٥ د) ١٣

16 أب جـ مثلث فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم فإن أ جـ

17 في المثلث القائم الزاوية طول الوتر .... طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠°

أ) نصف ب) ثلث جـ) ربع د) ضعف

18 د هـ و مثلث فيه ق ($\hat{و}$) = ٥٠° ، ق ($\hat{هـ}$) = ٧٥° فإن هـ و .... د هـ

أ) < ب) > جـ) = د) ضعف

19 إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٥ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يساوى .... سم

أ) ١١ ب) ١٠ جـ) ٩ د) ١٤

20 عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع

أ) نصف ب) ضعف جـ) ثلث د) ثلاثة أمثال

21 إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوى الساقين = ٦٠° فإن عدد محاور تماثله = ...

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

22 الأطوال ٥سم ، ٧ سم ، .... تصلح أطوال أضلاع مثلث

أ) ١٢ ب) ٦ جـ) ٢ د) ١

23 في المثلث أ ب جـ إذا كان ق ($\hat{أ}$) > ق ($\hat{جـ}$) فإن أ ب .... ب جـ

أ) ≤ ب) < جـ) = د) >

24 المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، (س + ٢) سم ، ٧ سم يكون متساوى الساقين عندما س = ...

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٥ د) ٣

25 عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) صفر

26 مجموعة الأعداد التي تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث هي ....

أ) ٤ ، ٦ ، ١٠ ب) ٤ ، ٦ ، ٨ جـ) ٢ ، ٣ ، ٦ د) ٤ ، ٥ ، ١٠

27 زاوية القاعدة في المثلث المتساوى الساقين تكون ....

أ) منفرجة ب) قائمة جـ) حادة د) جميع ما سبق

28 أ د متوسط في △ أ ب جـ ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث فإن أ م = ... أ د

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) ٢

29 △ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ فإن ق ($\hat{أ}$) = ...°

أ) ٣٠ ب) ٦٠ جـ) ٩٠ د) ٤٥

تراكمى

1 مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة تساوى ....

2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة تساوى ....

3 إذا كانت $\overline{أ ب} \equiv \overline{س ص}$ فإن أ س ـ س ص = ...

4 الزاوية الحادة تكملها زاوية .... وتتممها زاوية ....

5 الزاوية التي قياسها ٦٠° تتممها زاوية قياسها .... وتكملها زاوية قياسها ....

6 الزاويتان المتتامتان مجموعهما .... والزاويتان المتكاملتان مجموعهما ....

7 إذا كان أ ب جـ د متوازى أضلاع فإن ق ($\hat{أ}$) + ق ($\hat{ب}$) = ...

8 أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه ق ($\hat{أ}$) + ق ($\hat{جـ}$) = ٢٠٠° فإن ق ($\hat{ب}$) = ...

9 أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه ق ($\hat{أ}$) = ٥٠° فإن ق ($\hat{جـ}$) = ...

10 عدد أقطار الشكل الرباعى يساوى ....

11 عدد أقطار الشكل الخماسى يساوى ....

12 الزاوية القائمة تتممها زاوية ....

13 إذا كان ق ($\hat{ب}$) = ١٥٠° فإن ق ($\hat{ب}$) المنعكسة = ...

14 إذا كان $\triangle$ أ ب جـ $\equiv$ $\triangle$ س ص ع فإن ق($\hat{جـ}$) = ق (.........^) ، ص ع = ...

15 الزاوية التي قياسها ٢١٠° هي زاوية ....

16 عدد المستطيلات في الشكل المقابل ....

17 إذا كانت ∠س تتمم ∠ص وكانت ق($\hat{س}$) = ق($\hat{ص}$) فإن ق($\hat{س}$) = ...°

18 إذا كان $\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢}$ فإن $\overleftrightarrow{ل_١} \cap \overleftrightarrow{ل_٢}$ = ...

19 المستقيمان الموازيان لثالث ....

20 مساحة المربع الذى طول ضلعه عدد صحيح يمكن أن تكون .... سم² (٣٢ ، ٢٤ ، ١٢٠ ، ٣٦)

21 مربع طول ضلعه عدد صحيح فإن محيطه يمكن أن يساوى .... سم (٣٣ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ٦٦)

إجابات أسئلة أكمل و اختر والتراكمى

إجابات أكمل

رقم السؤال	الإجابة	رقم السؤال	الإجابة
١	٢ : ١	٢٦	متطابقتان
٢	١ : ٢	٢٧	محور تماثل
٣	٤	٢٨	٦٠
٤	د و	٢٩	عموديا على القاعدة ، ينصفها
٥	٤٠	٣٠	=
٦	الوتر	٣١	العمودى عليها
٧	١	٣٢	ب جـ
٨	٣ ، صفر	٣٣	٥سم ، ٩سم
٩	٧	٣٤	نصف طول الوتر
١٠	أكبر من	٣٥	٣
١١	أصغر من	٣٦	زاوية الرأس ، القاعدة
١٢	أكبر من	٣٧	°٣٠
١٣	>	٣٨	العمود
١٤	>	٣٩	٧٠
١٥	<	٤٠	عموديا على
١٦	<	٤١	القاعدة
١٧	٨٠	٤٢	<
١٨	ضلع أكبر في الطول	٤٣	١
١٩	زاوية أكبر في القياس	٤٤	]٨ ، ٢٢[
٢٠	متساوى الأضلاع	٤٥	زاوية جـ
٢١	متساوى الساقين	٤٦	متساوى الساقين
٢٢	نصف	٤٧	°٣٠
٢٣	$\frac{١}{٢}$	٤٨	°٥٠
٢٤	نقطة واحدة	٤٩	°٦٠
٢٥	]٥ ، ١٣[	٥٠	٥ سم

إجابات اختر

رقم السؤال	الإجابة	رقم السؤال	الإجابة
١	>	١٦	]٢ ، ٨[
٢	١٠٠	١٧	ضعف
٣	١٠	١٨	<
٤	>	١٩	٩
٥	متساوى الساقين	٢٠	ثلث
٦	١	٢١	٣
٧	٣	٢٢	٦
٨	أكبر من	٢٣	>
٩	٨	٢٤	٥
١٠	٤٠	٢٥	صفر
١١	أ جـ	٢٦	٤ ، ٦ ، ٨
١٢	٤٥	٢٧	حادة
١٣	٢ : ١	٢٨	$\frac{٢}{٣}$
١٤	نصف		
١٥	٩ سم	٢٩	٦٠

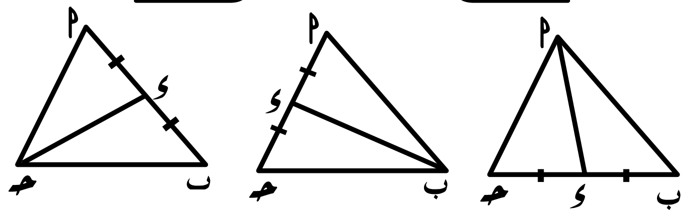
إجابات التراكمى

١) ١٨٠ ٢) ٣٦٠ ٣) صفر ٤) منفرجة، حادة ٥) ٣٠ ، ١٢٠ ٦) ٩٠ ، ١٨٠

٧) ١٨٠ ٨) ٨٠ ٩) ٥٠ ١٠) ٢ ١١) ٣ ١٢) صفرية ١٣) ٢١ ١٤) ع ، ب جـ

١٥) منعكسة ١٦) ٦ ١٧) ٤٥ ١٨) Φ ١٩) متوازيان ٢٠) ٣٦ ٢١) ٤٤

متوسطات المثلث

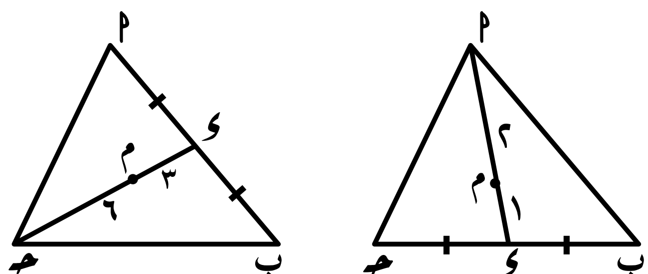


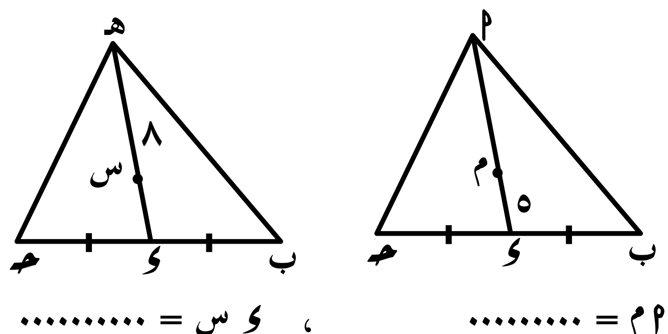
❖ متوسط المثلث هو ....

❖ عددمتوسطات المثلث = ...

❖ متوسطات المثلث تتقاطع في ....

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة أو ٢ : ١ من جهة الرأس



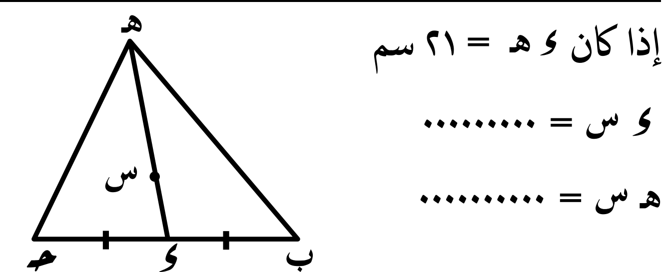


ا م = ...   ،   ء س = ...

إذا كان ء هـ = ٢١ سم

ء س = ...

هـ س = ...



❖ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ٣ : ٦ من جهة ....

❖ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ٨ : ٤ من جهة ....

❖ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ٥ : .... من جهة القاعده

❖ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ١٢ : .... من جهة الرأس

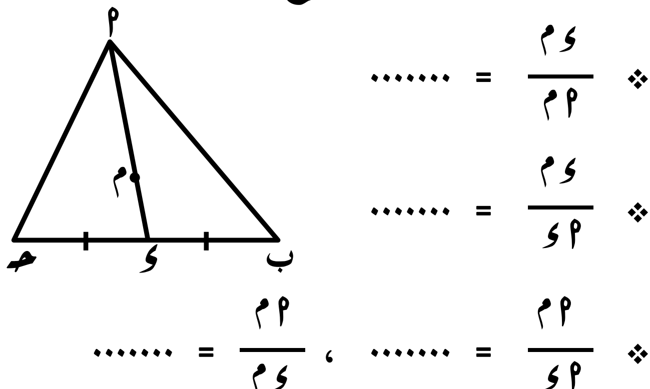
❖ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ٢ : .... من جهة القاعده

❖ إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات △ ا ب حـ

❖ $\frac{ء م}{ا م}$ = ...

❖ $\frac{ء م}{ا ء}$ = ...

❖ $\frac{ا م}{ا ء}$ = ...   ، $\frac{ا م}{ء م}$ = ...



في الشكل المقابل

اوجد محيط △ ء هـ م

∵ ء منتصف ....

، هـ منتصف ....

∴ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ .... = ... سم

∴ م ء = $\frac{١}{٢}$ .... = ... سم

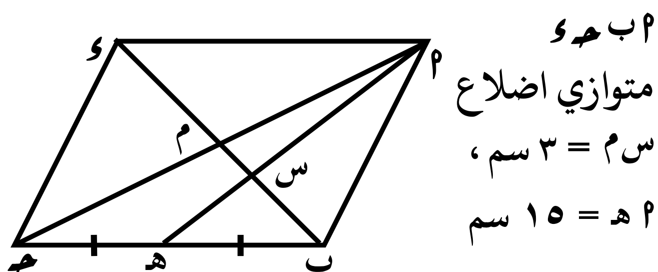
∴ م هـ = $\frac{١}{٢}$ .... = ... سم

∴ محيط △ ء هـ م = ... سم

ا ب حـ ء متوازي اضلاع

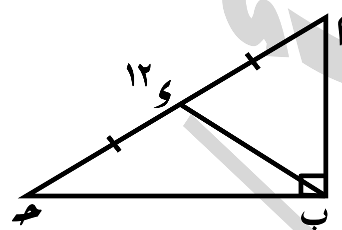
س م = ٣ سم ،

ا هـ = ١٥ سم

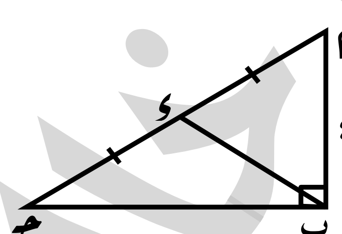


اوجد طول $\overline{ا س}$ ، $\overline{ب ء}$

طول المتوسط المرسوم من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف طول الوتر

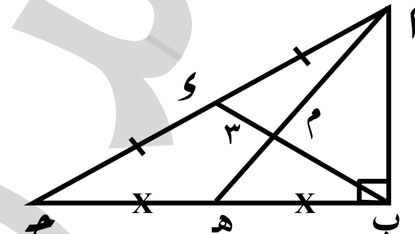


∵ ق(ب̂) = ...
، ء منتصف ......
∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ......
∴ ب ء = ... سم



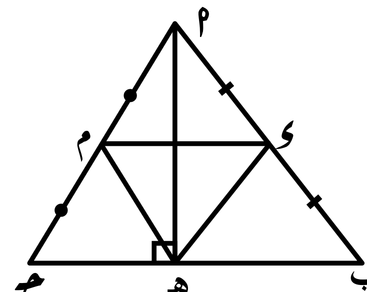
∵ ق(ب̂) = ...
، ء منتصف ......
∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ......
∴ أ حـ = ... سم

إذا كان
م ء = ٣ سم
إوجد أ حـ



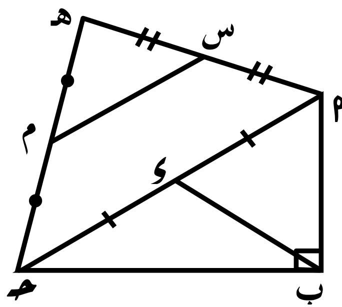
∵ ء منتصف ......، هـ منتصف ......
∴ م هي نقطة ....
∴ م ء = $\frac{1}{2}$ ...... ∴ ب م = ... سم
∵ ق(ب̂) = ... ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ......
∴ أ حـ = ... سم

في الشكل المقابل
إثبت أن محيط △ م هـ ء
= $\frac{1}{2}$ محيط △ أ ب حـ



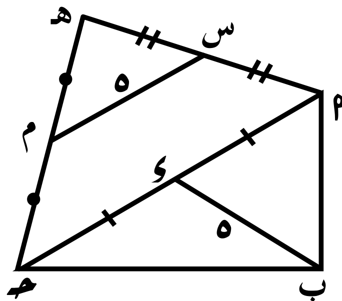
∵ أ هـ ⊥ ب جـ
∴ ق(أ هـ̂ ب) = ق(......) = ...°
∵ ء منتصف ...... ∴ هـ ء = $\frac{1}{2}$ ......
∵ م منتصف ...... ∴ هـ م = $\frac{1}{2}$ ......
، ء م = $\frac{1}{2}$ ......
∴ محيط △ م هـ ء = $\frac{1}{2}$ محيط △ أ ب حـ

في الشكل المقابل
إثبت أن
ب ء = س م



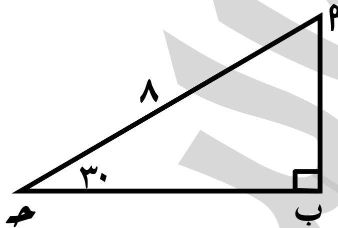
∵ ق(ب̂) = ... ، ء منتصف ......
∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ...... (١)
، ∵ س منتصف ......، م منتصف ......
∴ س م = $\frac{1}{2}$ ...... (٢)
من (١)، (٢) ∴ س م = ب ء

في الشكل المقابل
إثبت أن
ق(أ ب̂ حـ) = ٩٠°

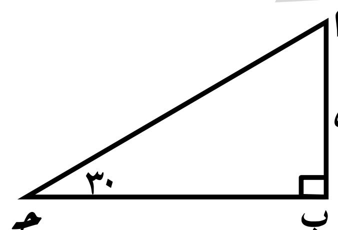


∵ س منتصف ......، م منتصف ......
∴ س م = $\frac{1}{2}$ ...... ∴ أ حـ = ... سم
∵ ب ء = ٥ سم ، أ حـ = ... سم
∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ...... ∴ ق(أ ب̂ حـ) = ٩٠°

في المثلث القائم الزاوية الضلع المقابل للزاويه التي قياسها ٣٠° = نصف طول الوتر

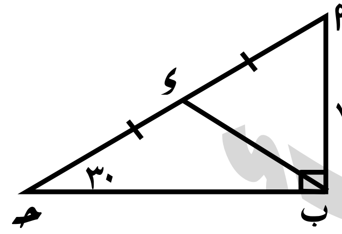


∵ ق(ب̂) = ...
∵ ق(حـ̂) = ...
∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ ......
∴ أ ب = ... سم



∵ ق(ب̂) = ...
∵ ق(حـ̂) = ...
∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ ......
∴ أ حـ = ... سم

إوجد محيط Δ أ ب د



∵ ق(ب̂) = ...

∵ ق(ج̂) = ...

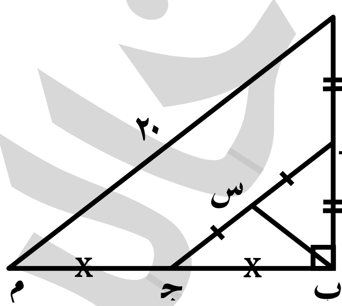
∴ أ ب = ½ ......

∴ أ ج = ... سم ، ∵ د منتصف ......

∴ أ د = ½ ...... = ... سم

∴ ب د = ½ ...... ∴ محيط Δ أ ب د = ... سم

إوجد س ب



∵ هـ منتصف ......

∵ ج منتصف ......

∴ هـ ج = ½ ......

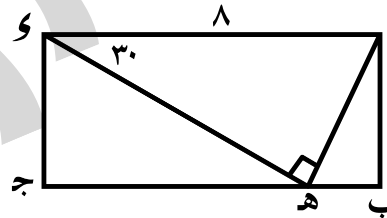
∴ هـ ج = ... سم

∵ ق(ب̂) = ... ، س منتصف ......

∴ ب س = ½ ...... ∴ ب س = ... سم

أ ب ج د مستطيل

إوجد طول $\overline{\text{ب هـ}}$



∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

∴ ق(هـ أ̂ د) = ... ∵ ق(ب أ̂ د) = ٩٠°

∴ ق(ب أ̂ هـ) = ... ° ∵ ق(أ د̂ هـ) = ٣٠°

، ق(أ هـ̂ د) = ٩٠° ∴ أ هـ = ½ .... = ... سم

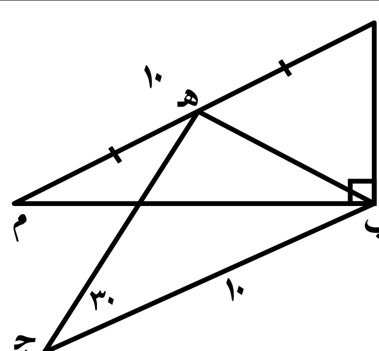
∵ ق(ب أ̂ هـ) = ٣٠° ، ق(ب̂) = ٩٠°

∴ ب هـ = ½ .... = ... سم

في الشكل المقابل

اثبت أن

ق(ب هـ̂ ج) = ٩٠°



∵ ق(أ ب̂ م) = ٩٠° ، هـ منتصف ....

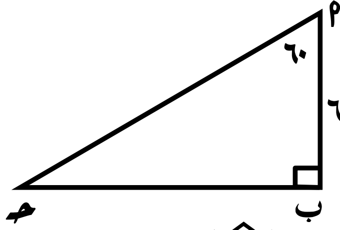
∴ ب هـ = ½ .... = ... سم

∵ ب هـ = ٥ سم ، ب ج = ١٠سم

، ق(ب̂) = ... ∴ ق(ب هـ̂ ج) = ٩٠°

إوجد طول $\overline{\text{أ ج}}$

ومساحة Δ أ ب ج



∵ ق(ب̂) = ...

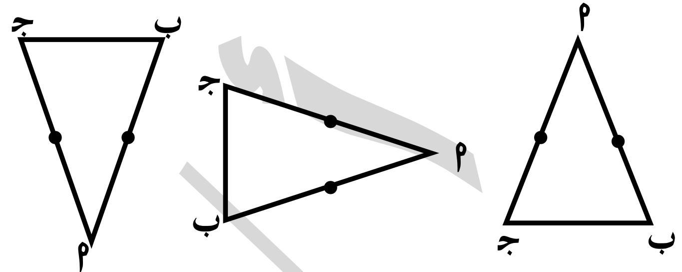
، ق(أ̂) = ... ∴ ق(ج̂) = ...

∴ أ ب = ½ .... ∴ أ ج = ...

∴ $(\text{ب ج})^2 = (.......)^2 - (.......)^2 =$

∴ ب ج = ... ∴ مساحة Δ أ ب ج = ...

المثلث المتساوي الساقين



❖ الساقين هما .... ، ....

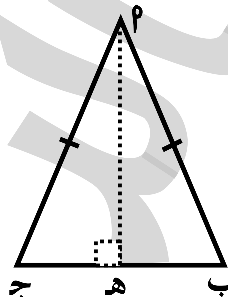
❖ القاعدة .... زاوية الرأس ....

❖ زاويتا القاعدة .... ، ....

في الشكل المقابل أب = أج

إثبت أن

ق(∠ب) = ق(∠ج)



العمل: ارسم $\overline{أهـ} \perp \overline{ب ج}$

Δ .... ، ....

فيهما .... ، .... ، ....

∴ Δ Δ متطابقان وينتج أن ....

زاويتا القاعده في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

❖ إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين ٧٠° فإن قياس كل من زاويتا القاعدة ....

❖ إذا كان قياس زاوية القاعده في مثلث متساوي الساقين ٥٠° فإن قياس زاوية الراس..........

❖ إذا كان قياس زاوية في مثلث متساوي الساقين ٦٠° فإن المثلث يكون ....

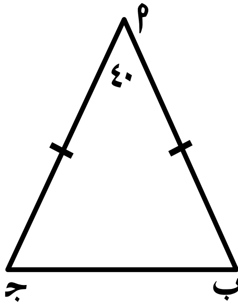
❖ Δ أ ب ج فيه أ ب = أ ج

ق(∠ب) = ٥٠° فإن ق(∠أ) = ...

❖ Δ أ ب ج في أ ب = أ ج

ق(∠أ) = ١٢٠° فإن ق(∠ب) = ...

① إوجد ق(∠ب)



∵ أ ب = ...

∴ ق(∠ب) = ق(∠...)

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

∴ ق(∠ب) = ق(∠...) = ...°

② إوجد ق(∠أ)

∵ أ ب = ...

∴ ق(∠أ ب ج) = ق(∠...)

∵ ق(∠هـ ب ج) = ...°

∴ ق(∠أ ب ج) = ...°

∴ ق(∠ج) = ...° ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ... ∴ ق(∠أ) = ...°

③ إوجد ق(∠ب ج هـ)

∵ Δأ ج هـ متساوي ....

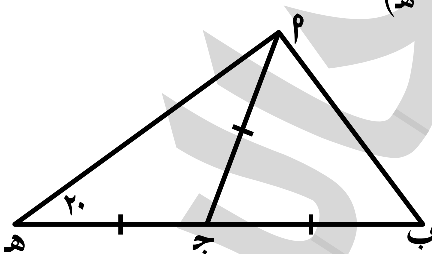
∴ ق(∠أ ج هـ) = ...°

∵ أ ب = أ ج

∴ ق(∠أ ج ب) = ق(∠...) ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ... ∴ ق(∠أ ج ب) = ...°

∴ ق(∠ب ج هـ) = ... + ... = ...°

④ إوجد ق(∠ب أ هـ)



∵ أ ج = ج هـ

∴ ق(∠ج أ هـ) = ق(∠...) = ...°

∴ ق(∠أ ج ب) = ... + ... = ...°

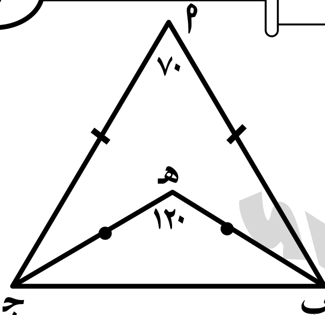
∵ أ ج = ج ب ∴ ق(∠ج أ ب) = ق(∠...)

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

∴ ق(∠ج أ ب) = ...°

ق(∠ب أ هـ) = ... + ... = ...°

⑤ إوجد ق(∠أ جـ هـ)



∵ أ جـ = أ ب

∴ ق(∠...) = ق(∠...)

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

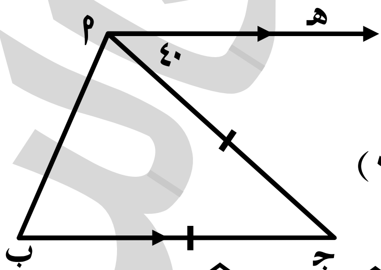
١٨٠ − ٧٠ = ... ∴ ق(∠أ جـ ب) = ...°

∵ هـ جـ = هـ ب ∴ ق(∠...) = ق(∠...)

١٨٠ − ١٢٠ = ... ∴ ق(∠هـ جـ ب) = ...°

∴ ق(∠أ جـ هـ) = ... − .... = ...°

⑥ إوجد ق(∠ب)



∵ $\overleftarrow{أهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∴ ق(∠جـ) = ق(∠...)

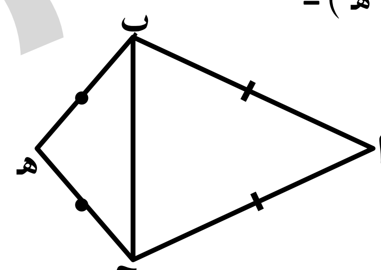
= ....° بالتبادل

∵ أ جـ = جـ ب ∴ ق(∠ب) = ق(∠...)

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

∴ ق(∠ب) = ...°

⑦ إثبت أن : ق(∠أ ب هـ) = ق(∠أ جـ هـ)



∵ أ جـ = أ ب

∴ ق(∠أ ب جـ)

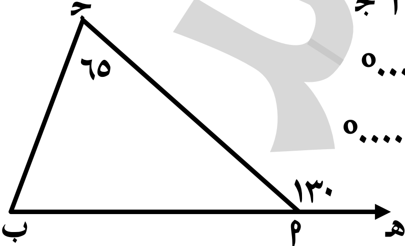
= ق(∠...) ⟵ (١)

∵ هـ جـ = هـ ب

∴ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠...) ⟵ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ ق(∠أ ب هـ) = ق(∠أ جـ هـ)

⑧ إوجد ق(∠ب)



∵ ق(∠أ هـ جـ) = ...°

∴ ق(∠ب هـ جـ) = ...°

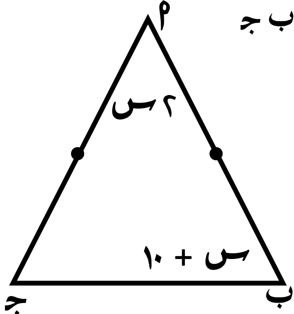
∵ هـ ب = هـ جـ

∴ ق(∠ب) = ق(∠...)

∵ $\overleftarrow{أم}$ // $\overline{بجـ}$ ∴ ق(∠أ) = ق(∠...) بالتبادل

∴ ق(∠أ) = ...°

⑨ إوجد قياسات زوايا △ أ ب جـ



∵ أ جـ = أ ب

∴ ق(∠...) = ق(∠...)

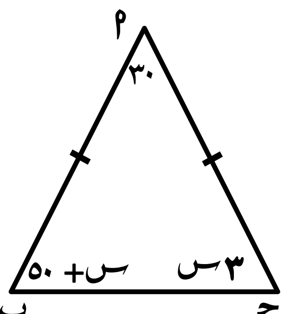
∴ ق(∠ب) = س + ١٠

∴ س + ١٠ + س + ١٠ + ٢س = ...

∴ ٤ س = ١٦٠ ∴ س = ...

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ... ، ق(∠أ) = ...

⑩ إوجد قيمة س



∵ أ جـ = أ ب

∴ ق(∠...) = ق(∠...)

∴ ٣س = س + ٥٠

س = ...

إذا وجـدت زاويتان في مثلث متسـاويتان في القياس فإن المثلث يكون ....

⑫ إثبت أن أ ب = أ جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

∴ ق(∠ب) = ...°

∵ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

∴ أ ب = ...

⑬ إثبت أن أ ب = أ جـ

ق(∠ب أ هـ) = ...°

∴ ق(∠ب أ جـ) = ...°

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = ...

∴ ق(∠ب) = ...° ∵ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

∴ أ ب = ...

⑭ إثبت أن م ب = ب هـ

∵ م ج ∥ ب هـ

∴ ق (ج م هـ)

= ق (...) بالتبادل

∵ ق (ب م هـ) = ق (ج م هـ)

∴ ق (ب م هـ) = ق (ب هـ م) ∴ م ب = ...

⑮ إثبت أن م هـ = م م

∵ م ج = م ب

∴ ق (م ج ب) = ق (...)

∵ ب ج ∥ هـ م

∴ ق (م ج ب) = ق (...) بالتناظر

∴ ق (م ب ج) = ق (...) بالتناظر

∴ ق (هـ) = ق (...) ∴ م هـ = م م

⑯ إثبت أن م م = م ب

∵ م ج = م هـ

∴ ق (ج) = ق (...)

∵ م ب ∥ ج هـ

∴ ق (ج) = ق (...) بالتبادل

∴ ق (هـ) = ق (...) بالتبادل

∴ ق (م) = ق (...) ∴ م م = م ب

⑰ إثبت أن △ م ب ى

متساوي الاضلاع

∵مجموع قياسات زوايا

المثلث الداخله = ...

∴ ق (م) = ... ، ∵ ى جـ = ى ب

∴ ق (ى ب جـ) = ق (...) = ٣٠°

∵ ق (م ب جـ) = ٩٠° ∴ ق (م ب ى) = ...

∴ △ م ب ى متساوي الاضلاع

⑱ إثبت أن

ق (م هـ ج) = ق (م ج هـ)

∵ م ب = م م

∴ ق (ب) = ق (...)

△ △ م ب ج ، ......

فيهما .... ، .... ، ....

∴ △ △ متطابقان وينتج أن م ج = م هـ

∴ ق (م هـ ج) = ق (م ج هـ)

⑲ اثبت أن

هـ ب = هـ ج

∵ م ج = م ب

∴ ق (ب) = ق (...)

∴ $\frac{1}{2}$ ق (ب) = $\frac{1}{2}$ ق (...)

∴ ق (هـ ج ب) = ق (...) ∴ هـ ب = هـ ج

⑳ إوجدمحيط △ م ب ج

∵ ق (ج) = ق (ب)

∴ م ب = ...

∴ ٣ س = ...

∴ س = ...

∴ م ب = ... ، م ج = ... ، ب ج = ...

∴ محيط △ م ب ج = ...

㉑ إثبت أن ج م = ج ب

∵ مجموع قياسات زوايا

المثلث الداخله = ...

∴ س + ٤٠ + ٢ س

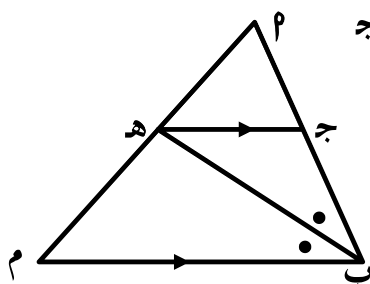
+ ٣ س − ١٠ = ...

∴ ٦ س = ... ∴ س = ...

∴ ق (م) = ... ، ∴ ق (ب) = ...

، ∴ ق (ج) = ... ∴ ج م = ج ب

⑫ اثبت أن جـ ب = هـ جـ



∵ $\overline{جـ هـ} \parallel \overline{ب م}$

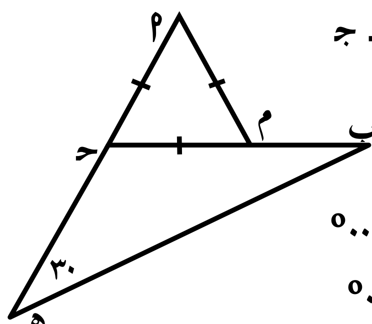
∴ ق (جـ هـ^ ب)

= ق (...^) بالتبادل

∴ ق (جـ هـ^ ب)

= ق (جـ ب^ هـ) ∴ جـ ب = هـ جـ

⑬ اثبت أن جـ ب = هـ جـ



∵ △ أ جـ م

متساوي الاضلاع

∴ ق (أ جـ^ م) = ...°

∵ ق (أ جـ^ هـ) = ...°

∴ ق (ب جـ^ هـ) = ...° ∵ مجموع قياسات زوايا

المثلث الداخله = ... ∴ ق (ب^) = ...°

∵ ق (ب^) = ق (هـ^) ∴ جـ ب = جـ هـ

⑭ إثبت أن

$\overleftarrow{أ جـ} \parallel \overline{م هـ}$

∵ أ هـ = أ م

ق (هـ^) = ق (...^)

∵ ق (ب أ^ هـ) = ق (هـ^) + ق (...^)

∵ $\overleftarrow{أ جـ}$ ينصف (ب أ^ هـ)

∵ ق (جـ أ^ هـ) = ق (هـ^) وهما متبادلتان

∴ $\overleftarrow{أ جـ} \parallel \overline{م هـ}$

نتائج علي المثلث المتساوي الساقين

❖ المتوسط المرسوم من رأس المثلث المتســاوي الساقين .... ، ....

∵ أ ب = أ جـ

∵ هـ منتصف $\overline{ب جـ}$

∴ $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، ∴ $\overleftarrow{أ هـ}$ ينصف ب أ^ جـ

❖ المستقيم الذي ينصف زاوية رأس المثلث المتساوي الساقين .... ، ....

∵ أ ب = أ جـ

∵ $\overleftarrow{أ هـ}$ ينصف ب أ^ جـ

∴ $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، ∴ هـ منتصف $\overline{ب جـ}$

❖ المستقيم المار برأس المثلث المتساوي الساقين وعمودي علي القاعده فإنه .... ، ....

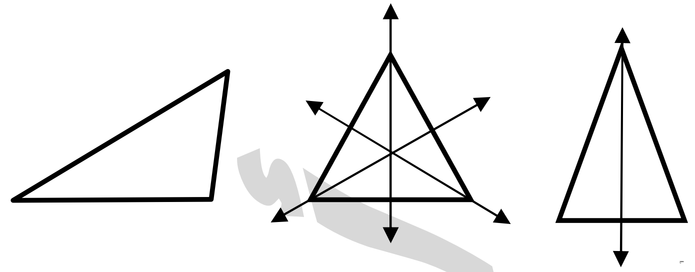
∵ أ ب = أ جـ ∵ $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$

∴ هـ منتصف $\overline{ب جـ}$ ∴ $\overleftarrow{أ هـ}$ ينصف ب أ^ جـ

❖ محور تماثل القطعه المستقيمه هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها

❖ أي نقطه تقع علي محور القطعه المستقيمه تكون علي بعدين.............. من طرفيها

❖ أي نقط تكون علي بعدين متساويين من طرفي القطعه المستقيمه تقع علي ....



❖ عـدد محـاور المثلـث المتـساوي الاضـلاع ....

❖ عـدد محـاور المثلـث المتـساوي الـساقين ....

❖ عـدد محـاور المثلـث المختلـف الاضـلاع ....

❖ مثلث فيه زاويتين قياسهما ٧٠° ، ٤٠° عـدد محاور تماثله ....

❖ مثلث قائم الزاويه به زاويه قياسها ٥٠° عدد محاور التماثل له ....

❖ مثلث متساوي الساقين زاوية الرأس قياسـها ٦٠° عدد محاور التماثل له ....

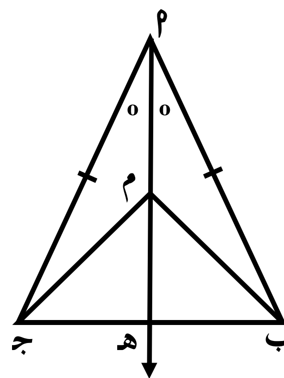
❖ △ ٢ ب ج ، ق($\hat{٢}$) = ٥٠° ، ق($\hat{ب}$) = ٨٠°

فإن ب ج = ...

❖ في الشكل المقابل

إثبت أن ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ب ج

إثبت أن م ب = م ج



التباين

إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فإن الضلع الاكبر في الطول يقابل زاويه اكبر في القياس

❖ إذا كان △ ٢ب ج فيه ٢ب > ب ج > ٢ج

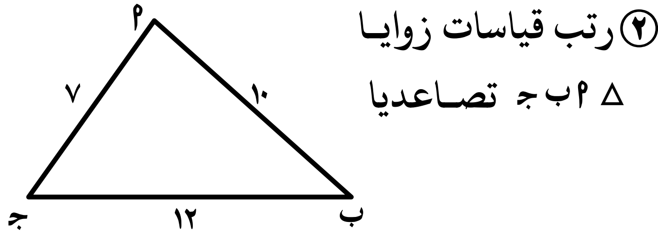
فإن ق(...) > ق(...) > ق(...)

❖ △ ٢ب ج فيه ٢ب = ٧ سم ، ب ج = ٥ سم

فإن ق(...) > ق(...)

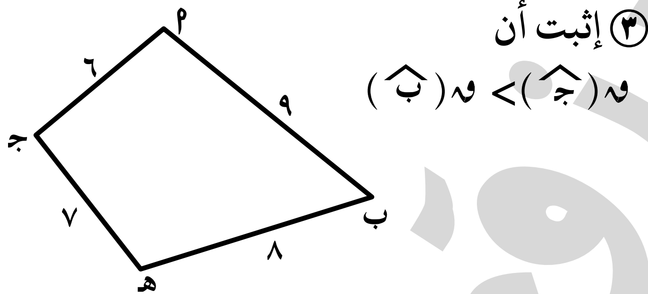
① رتب قياسات زوايـا △ ٢ب ج تصاعديا إذا كانت ٢ب =٨سم ، ب ج = ٩ سم ، ٢ ج = ٥ سم

② رتب قياسات زوايـا △ ٢ب ج تصاعديا



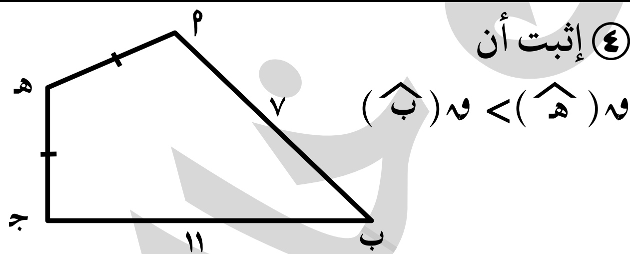
③ إثبت أن

ق($\hat{ج}$)> ق($\hat{ب}$)



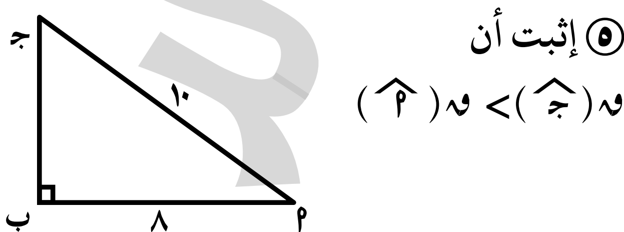
④ إثبت أن

ق($\hat{هـ}$)> ق($\hat{ب}$)



⑤ إثبت أن

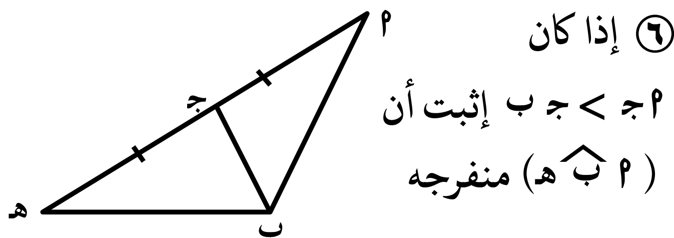
ق($\hat{ج}$)> ق($\hat{٢}$)



⑥ إذا كان

٢ج > ج ب إثبت أن

(٢ $\hat{ب}$ هـ) منفرجه



إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث الزاوية الاكبر في القياس يقابلها ضلع اكبر في الطول

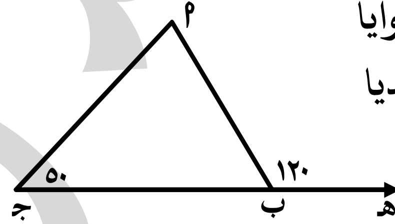
❖ Δ ٢ ب جـ فيه ق(ب̂) = ٦٠° ، ق(٢̂) = ٤٠° فإن اكبر ضلع هو ....

❖ Δ ٢ ب جـ فيه ق(ب̂) = ١٠٠° فإن اكبر ضلع هو ....

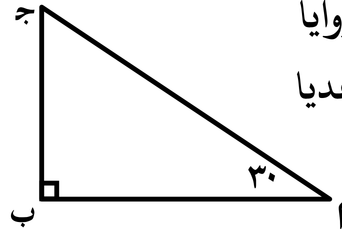
❖ Δ ٢ ب جـ فيه ق(ب̂) = (٧ س)°
ق(٢̂) = (٥ س – ٢٥)° ، ق(جـ̂) = (٣ س + ١٠)°
رتب قياسات زواياه تصاعديا

① رتب اضلاع Δ ٢ب جـ تصاعديا إذا كانت
ق(ب̂) = ٧٠° ، ق(٢̂) = ٥٠°

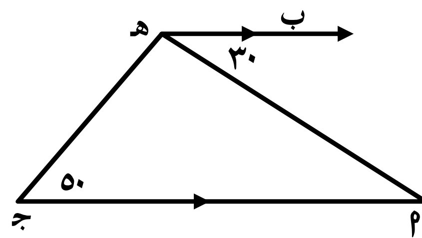
② رتب قياسات زوايا
Δ٢ب جـ تصاعديا



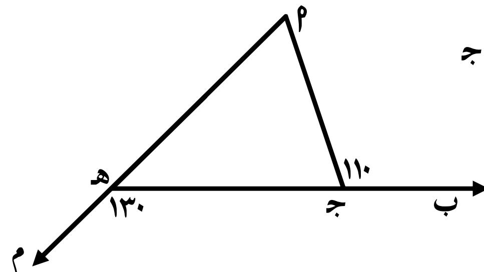
③رتب قياسات زوايا
Δ٢ب جـ تصاعديا



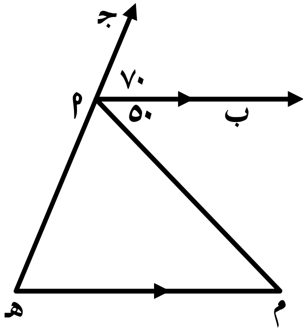
④ إثبت أن
٢ جـ > ٢ هـ



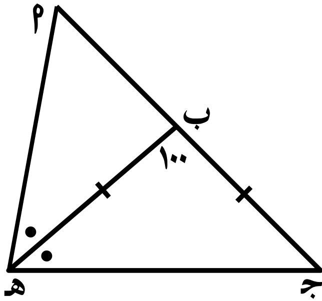
⑤ إثبت أن
٢ هـ > ٢ جـ



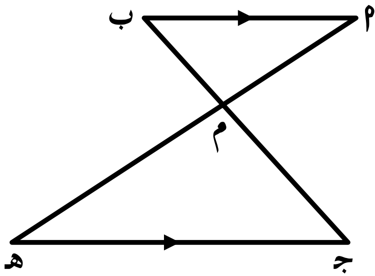
⑥ إثبت أن
٢ م > م هـ



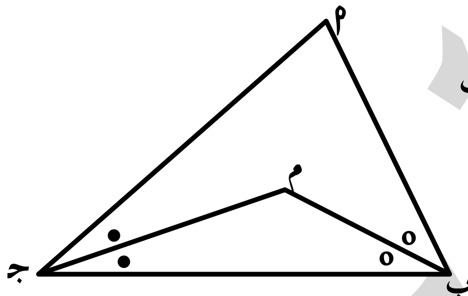
⑦ إثبت أن
٢ هـ > ب هـ



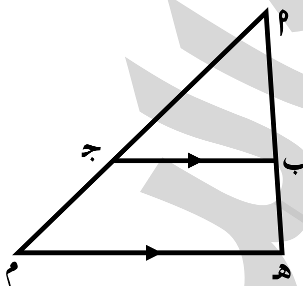
⑧ إذا كان
٢ م > ب م
إثبت أن
م هـ > م جـ



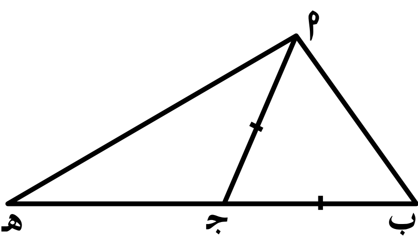
⑨ إذا كان
٢ جـ > ٢ ب
إثبت أن
م جـ > م ب



⑩ إذا كان
٢ جـ > ٢ ب
إثبت أن
٢ م > ٢ هـ



⑪ إذا كان
ب جـ = ٢ جـ
إثبت أن
ب هـ > ٢ هـ



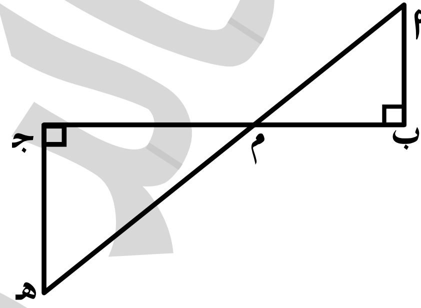
نتيجه هامه :
اكبر ضلع طولا في المثلث القائم الزاويه هو الوتر

❖ Δ ٢ب ج قائم الزاوية في ب فإن اكبر ضلع طولا هو ....

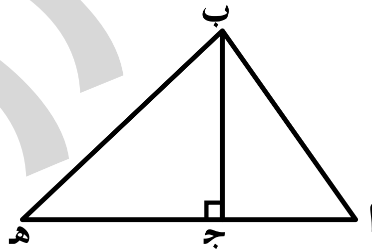
❖ Δ ٢ب ج منفرج الزاويه في ج فإن اكبر ضلع طولا هو ....

❖ Δ جـ هـ م منفرج الزاويه في م فإن هـ م (= ، > ، <) جـ هـ

إثبت أن
٢هـ > ب ج



إثبت أن
٢ب + ب هـ > ٢ب ج
محيط Δ ٢ب هـ > ٢ب ج



متباينة المثلث

مجموع أي ضلعين في المثلث أكبر من الضلع الثالث

❖ في Δ ٢ ب ج : ٢ ب + ب ج > ....
ب ج + ٢ ج > ....
٢ ب + ٢ ج > ....
٢ ب + ب ج − ٢ ج > ....

❖ أي الاعداد الاتيه تصلح أضلاع مثلث
(٧ ، ٨ ، ٤) ، (٥ ، ٤ ، ٩) ، (١١ ، ٥ ، ٣)

❖ أي الاعداد الاتيه تصلح أضلاع مثلث
(٦ ، ٩ ، ١٥) ، (٤ ، ١١ ، ٦) ، (١١ ، ٥ ، ٧)

❖ إذا كانت الاعداد ٤ ، ٩ ، س اضلاع مثلث متساوي الساقين فإن س = ...

❖ إذا كانت الاعداد ١٢ ، ٦ ، س اضلاع مثلث متساوي الساقين فإن س = ...

❖ إذا كانت الاعداد ٥ ، ٩ ، س هي اضلاع مثلث فإن س ∋ ....

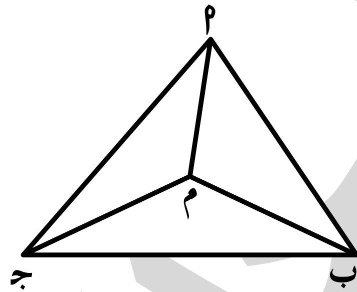
❖ إذا كانت الاعداد ٤ ، ١١ ، س هي اضلاع مثلث فإن س ∋ ....

❖ إذا كانت الاعداد ٥ ، ٧ ، س هي اضلاع مثلث فإن س = (٢ ، ١٢ ، ٩)

❖ إذا كانت الاعداد ٨ ، ٦ ، س هي اضلاع مثلث فإن س = (٢ ، ١٢ ، ١٤)

❖ أي ضلع في المثلث يكون .... من مجموع الضلعين الاخرين (= ، > ، <)

إثبت أن م ٢ + م ب + م ج > $\frac{1}{2}$ محيط Δ ٢ب ج





الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الأول من الوحدة الرابعة





١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة .... : .... من جهة الرأس .
(٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ٣ : ١ ، ٣ : ٢)

٢) $\overline{أ ء}$ متوسط في Δ أ ب حـ ، م نقطة تقاطع المتوسطات ، م ء = ٢سم فإن : أ ء= ....سم
(٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ٣ : ١ ، ٣ : ٢)

٣) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم الزاوية = ... طول الوتر
($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$)

٤) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية ....
(١ ، ٣ ، ٢ ، ٤)



٢ أكمل ما يأتي :

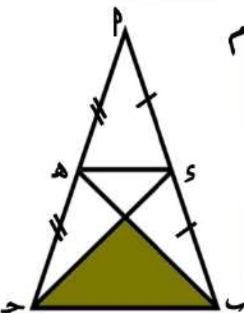
١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى ....

٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة .... : .... من جهة القاعدة

٣) متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس يكون .... ، ....

٤) إذا كان س ص ع مثلثًا ، س ص =٦ سم ، ص ع = ٨ سم ، ق(∠س ص ع) = ٩٠° ،
هـ منتصف $\overline{س ع}$ ، فإن طول $\overline{ص هـ}$ = ... سم

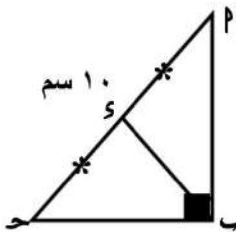
٣ في الشكل المقابل : $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان في Δ أ ب حـ ومتقاطعان فى النقطة م
، م هـ = ٣ سم ، م ء = ٤ سم ، ء هـ = ٦ سم ، أحسب محيط Δ م ب حـ



....

....

٤ في الشكل المقابل : Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$
، أ حـ = ١٠ سم ، ق(∠ حـ) = ٣٠° أثبت أن :
Δ أ ب ء متساوى الأضلاع . ثم أوجد محيطه .





....



الوحدة الرابعة

اختبار قصير حتى الدرس الثاني من الوحدة الرابعة





١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة = ... الوتر
(ثلث ، ربع ، نصف ، ضعف)

٢) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة الرأس
(٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ٣ : ١ ، ٢ : ٣)

٣) Δ ٩ ب حـ قائم الزاوية في ب ، إذا كان ٩ حـ = ٢٠ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم
(٨ ، ١٠ ، ٦ ، ٥)

٤) إذا كان Δ ٩ ب حـ فيه ق(∠ ٩) = ٣٠° ، ق(∠ ب) = ٩٠° فإن : ٩ حـ .... ب حـ
($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ٢ ، ٣)

٢ أكمل ما يأتي :

١) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم الزاوية = ...

٢) طول وتر المثلث القائم الزاوية = ... طول المتوسط الخارج من رأس الزاوية القائمة

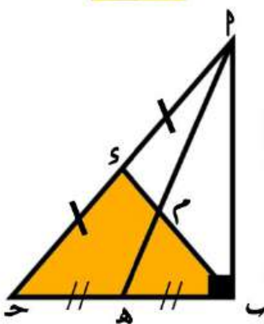
٣) أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولًا هو ....

٤) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث المتاوى الساقين يساوى ٦٠° كان المثلث ....

٣ في الشكل المقابل : Δ ٩ ب حـ قائم الزاوية في ب

$\overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{٩ هـ}}$ متوسطان فيه متقاطعان في م ، ب ء = ٩ سم ، ٩ هـ = ١٢ سم

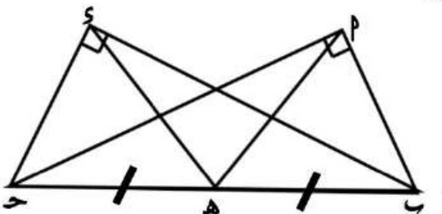
أوجد طول كل من : $\overline{\text{٩ حـ}}$ ، $\overline{\text{م هـ}}$



....

٤ في الشكل المقابل : ق(∠ ب ٩ حـ) = ق(∠ ب ء حـ) = ٩٠°

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أثبت أن : ٩ هـ = ء هـ



....



التفوق فى الرياضيات
أيمن جابر كامل
٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الثالث من الوحدة الرابعة



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) Δ ٢ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ق(∠ ٢) = ٦٠° ، ٢حـ = ١٠ سم فإن : ٢ب = ... سم (٥ ، ٨ ، ٦ ، ١٠)

٢) في Δ ٢ب حـ إذا كان : $\overline{٢ء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته فإن : ٢م = ... ٢ء ($\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢)

٣) في المثلث المتساوى الساقين إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة = ٥٠° فإن قياس زاوية الرأس = ... (٥٠° ، ١٠٠° ، ٨٠° ، ١٣٠°)

٤) الزاوية الخارجة عن إحدى زاويتى القاعدة للمثلث المتساوى الساقين تكون .... (حادة ، منفرجة ، قائمة ، مستقيمة)

التفوق فى الرياضيات
أيمن جابر كامل
٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

٢ أكمل ما يأتي :

١) قياس أى زاوية خارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ... °

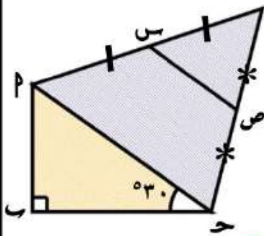
٢) المثلث ٢ب حـ قائم الزاوية فى ب ومتساوى الساقين فإن : ق(∠ ٢) = ...

٣) Δ ٢ب حـ القائم الزاوية في ب إذا كان ٢حـ = ٢٠ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ...

٤) المثلث الذى فيه قياسا زاويتين فيه ٤٠° ، ٧٠° يكون مثلثاً ....

٣ في الشكل المقابل : ق(∠ ٢ب حـ) = ٩٠° ، ق(∠ ٢حـ ب) = ٣٠°

ص ، س منتصفا $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{٢ء}$ علي الترتيب . أثبت أن : ٢ب = س ص



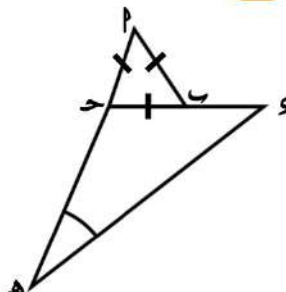
التفوق فى الرياضيات
أيمن جابر كامل
٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

....

....

٤ في الشكل المقابل : Δ ٢ب حـ متساوى الأضلاع ،

ق(∠ هـ) = ٣٠° أثبت أن : Δ حـ ء هـ متساوى الساقين



التفوق فى الرياضيات
أيمن جابر كامل
٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

....

....







الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الرابع من الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) مثلث متساوى الساقين قياس إحدى زاويتي القاعدة ٧٠° فإن قياس زاوية رأسه = ...°
(٤٠° ، ٢٠° ، ١١٠° ، ٧٠°)

٢) Δ أ ب حـ متساوى الساقين فيه ق(∠ ب) = ١٢٠° فإن : ق(∠ أ) = ...
(٦٠° ، ٣٠° ، ١٢٠° ، ٩٠°)

٣) عدد متوسطات أى مثلث = ...
(٤ ، ٣ ، ٢ ، ١)

٤) قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس في المثلث المتساوى الأضلاع = ...
(٦٠° ، ٣٠° ، ١٢٠° ، ٩٠°)

٢ أكمل ما يأتي :

١) Δ أ ب حـ متساوى الساقين فيه أ ب = أ حـ ، ق(∠ أ) = ١١٠° فإن : ق(∠ ب) = ...

٢) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوى الساقين ....

٣) في المثلث أ ب حـ إذا كان : ق(∠ أ) = ٣٠° ، ق(∠ ب) = ٩٠° فإن : ب حـ = ... أ حـ

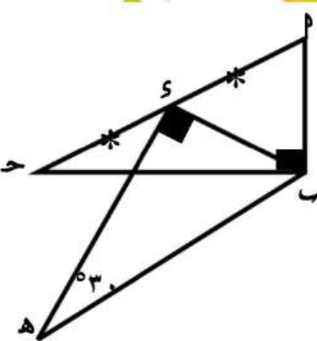
٤) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ...... : ...... من جهة الرأس

٣ في الشكل المقابل : ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ ب ء هـ) = ٩٠°

ق(∠ هـ) = ٣٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$ أثبت أن : أ حـ = ب هـ .

....

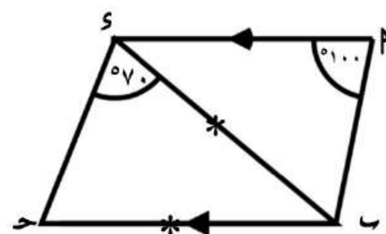
....



٤ في الشكل المقابل : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق(∠ ب أ ء) = ١٠٠° ،

ق(∠ ب ء حـ) = ٧٠° ، ب ء = ب حـ أثبت أن :

Δ أ ب ء متساوى الساقين







الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الخامس من الوحدة الرابعة





١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) عدد محاور △أ ب حـ الذى فيه أ ب = أ حـ ، ق(∠ ب) = ٦٠° يكون ....
(٣ ، ٠ ، ١ ، ٢)

٢) إذا كان أ س = أ ص ، ب س = ب ص حيث س ، ص في جهتين مختلفتين من أ ب فإن س ص .. أ ب
(≡ ، ⊥ ، = ، //)

٣) إذا كان △أ ب حـ له محور تماثل واحد وفيه : ق(∠ أ ب حـ) = ١٢٠° فإن : ق(∠ أ) = ...
(٦٠° ، ٣٠° ، ١٢٠° ، ٤٠°)

٤) المثلث الذى له محور تماثل واحد يكون مثلث ....
(قائم الزاوية ، مختلف الأضلاع ، متساوى الساقين)

٢ أكمل ما يأتي :

١) أى نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على ....

٢) المتوسط المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين يكون ....

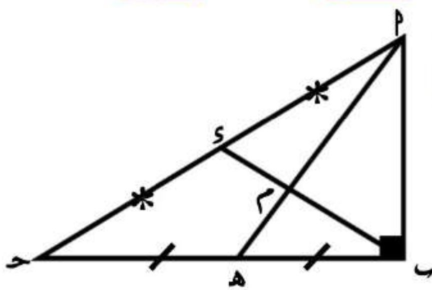
٣) إذا كان حـ ∈ محور تماثل أ ب فإن : .... = ...

٤) المستقيم العمودى علي القطعة المستقيمة من منتصفها يسمى ....

٣ في الشكل المقابل : أ ب حـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٦ سم

ق(∠ حـ) = ٣٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

أوجد طول كل من : $\overline{أحـ}$ ، $\overline{بء}$ ، $\overline{بم}$

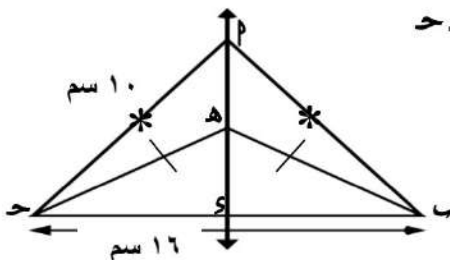


....

....

٤ في الشكل المقابل : مثلث ، أ ب = أ حـ = ١٠ سم ، ب هـ = هـ حـ

ب حـ = ١٦ سم ، $\overleftrightarrow{أهـ}$ ∩ $\overline{بحـ}$ = {ء} أوجد طول : $\overline{أء}$









الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الأول من الوحدة الخامسة





١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق(∠أ) = ٥٥° فإن عدد محاور تماثله = ...
(٢ ، ١ ، ليس له محور تماثل ، ٣)

٢ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب، ق(∠أ) = ٣٠° ، ب حـ = ٦ سم فإن : أ حـ = ... سم
(٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٢)

٣ أ ب حـ ء مستطيل تقاطع قطراه في م وطول قطره ٦ سم فإن طول المتوسط أ م = ... سم
(٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٢)

٤ إذا كانت أ تقع علي محور تماثل سص فإن أ س .... أ ص (// ، = ، ⊥ ، ≡)



٢ أكمل ما يأتي :

١ في المثلث المتساوى الساقين منصف زاوية الرأس يكون .... ، ....

٢ إذا كان : أ ، ب ، حـ أعداد موجبة وكان أ > ب فإن : أ + حـ .... ب + حـ

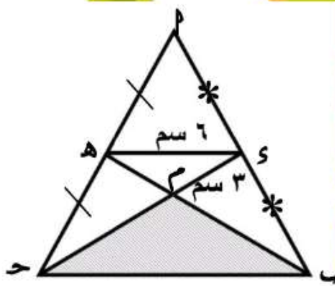
٣ أى نقطة علي محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين .... من طرفيها .

٤ Δأ ب حـ فيه أ ب = حـ أ ، ق(∠أ) = ٧٠° فإن : ق(∠ب) = ...°

٣ في الشكل المقابل : ب هـ ، حـ ء متوسطان فى Δأ ب حـ متقاطعان

في النقطة م ، ب هـ = ١٢ سم ، م ء = ٣ سم ، ء هـ = ٦سم

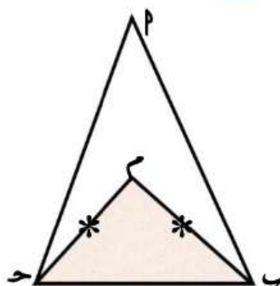
احسب محيط Δم ب حـ.



....

٤ في الشكل المقابل: م ب = م حـ ، ق(∠أ حـ ب) > ق(∠أ ب حـ)

اثبت أن : ق(∠أ حـ ب) > ق(∠ م ب حـ)



....

....







الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الثانى من الوحدة الخامسة

٧

الدرجة النهائية

١٥

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) Δ أ ب حـ فيه أ ب > أ حـ فإن : ق(∠ أ) .... ق(∠ حـ) (< ، > ، = ، ⩽)

٢) الزاوية التى قياسها ٦٠° تكمل اوية قياسها = ...° (٦٠ ، ١٢٠ ، ٣٠ ، ٣٠٠)

٣) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ... (٠ ، ١ ، ٢ ، ٣)

٤) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية = ... الوتر ($\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$)

٢ أكمل ما يأتي :

١) منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوى الساقين يكون .... ، ....

٢) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوى ....

٣) أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو ....

٤) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...°

٣ في الشكل المقابل: ق(∠ أ) = ٩٠° ، ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠°

س ، ص منتصفات $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{أ ء}$ علي الترتيب أثبت أن : س ص = أ ب

....

....

ء ، ص ، س ، أ ، ب ، حـ ، ٣٠°

٤ في الشكل المقابل: أ ب حـ ء شكل رباعي فيه أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٢ سم ، حـ ء = ٤ سم ، أ ء = ٥ سم أثبت أن :

ق(∠ أ حـ ب) > ق(∠ أ ء حـ)

....

أ ، ب ، حـ ، ء ، ٥ سم ، ٣ سم ، ٢ سم ، ٤ سم





الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الثالث من الوحدة الخامسة

التفوق فى الرياضيات أيمن جابر كامل ٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) Δ ا ب حـ فيه ق(∠ ا) = ٧٠°، ق(∠ ب) = ٦٠° فإن أكبر أضلاع طولًا هو ....

(ا ب ، ا حـ ، ب حـ)

٢) Δ ا ب حـ فيه ق(∠ ب) = ق(∠ حـ) ، ق(∠ ا) = ٧٠° فإن ....

(ا ب < ب حـ ، ا ب > ا حـ ، ا ب < ا حـ ، ب حـ < ا حـ)

٣) Δ ا ب حـ متساوى الساقين فيه ق(∠ ب) = ١٠٠° ، فإن : = ...°

(٤٠° ، ١٠٠° ، ٧٠° ، ٥٥°)

٤) مروحة سقف لها ثلاث ريشات فإن قياس الزاوية بين كل ريشتين = ...

(٩٠° ، ١٢٠° ، ١٨٠° ، ٦٠°)

التفوق فى الرياضيات أيمن جابر كامل ٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

٢ أكمل ما يأتي :

١) إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس ....

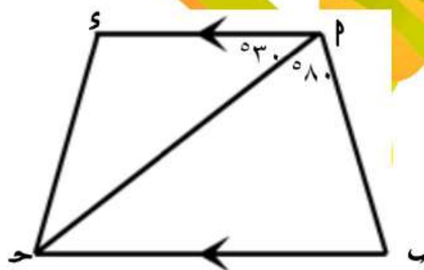
٢) أكبر الأضلاع طولا في Δ ا ب حـ الذى فيه ق(∠ ا) = ١٢٠° هو ....

٣) المثلث المتساوى الساقين القائم الزاوية قياس زاوية قاعدته = ...°

٤) إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين ....

٣ في الشكل المقابل : $\overline{\text{ا د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ق(∠ ب ا حـ) = ٨٠° ،

ق(∠ د ا حـ) = ٣٠° برهن أن : ب حـ > ا حـ



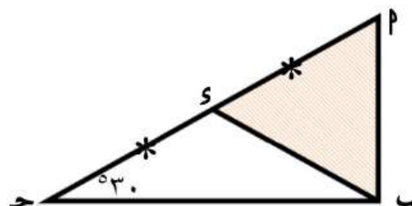
....

....

٤ في الشكل المقابل : Δ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

ا حـ = ١٠ سم ، ق(∠ حـ) = ٣٠°

أوجد محيط : Δ ا ب د



التفوق فى الرياضيات أيمن جابر كامل ٠١٠٢٢٧٤٤٠٨٦

....





الهندسة

اختبار قصير حتى الدرس الرابع من الوحدة الخامسة





١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) أى هذه الأعداد يصلح أطوال لأضلاع مثلث ؟ (٤ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٢ ، ٣)

٢) مثلث أ ب حـ متساوى الساقين أطوال أضلاعه ٤ سم ، ٩ سم ، س سم فإن : س = ...
(٤ ، ٥ ، ٩ ، ١٣)

٣) عدد أقطار الشكل الرباعى = ... (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

٤) المثلث أطوال أضلاعه ٣سم ، (س+٢)سم ، ٧سم يكون متساوى الساقين عندما س= ......
(١ ، ٥ ، ٢ ، ٣)

٢ أكمل ما يأتي :

١) Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٦ سم فإن : أ حـ ∈] .... ، .... [

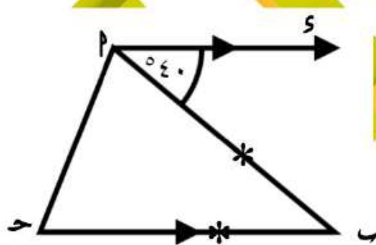
٢) مجموع طولي أي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث .

٣) في Δ أ ب حـ يكون : أ ب + ب حـ .... أ حـ

٤) فى Δ س ص ع إذا كان : س ع > س ص فإن : ق(∠ ص) .... ق(∠ ع)

٣ في الشكل المقابل : $\overline{أ ء}$ // $\overline{حـ ب}$ ، أ ب = ب حـ

ق(∠ ء أ ب) = ٤٠° أوجد : ق(∠ ء أ حـ)



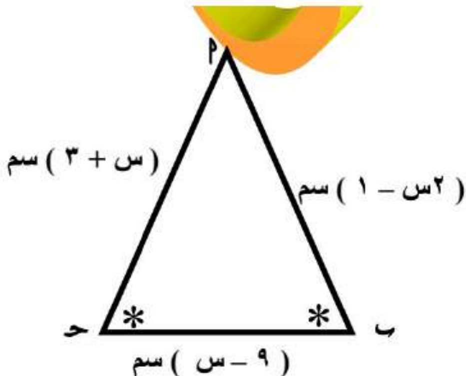
....

....

٤ في الشكل المقابل : Δ أ ب حـ فيه ق(∠ ب) = ق(∠ حـ)

أ ب = (٢س – ١) سم ، أ حـ = (س + ٣) سم ،

ب حـ = (٩ – س) سم ، أوجد محيط : Δ أ ب حـ



....

....





امتحان ① على درس ① من الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة .... من جهة القاعدة

(٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ٢ : ٣ ، ١ : ٣)

② في المثلث أ ب جـ ، $\overline{أ ء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته فإن : أ م = ... أ ء

($\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$)

③ عدد متوسطات أي مثلث = ... (١ ، ٢ ، ٤ ، ٣)

④ في المثلث أ ب جـ ، $\overline{أ ء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته ، ء م = ٤سم فإن : أ ء = ... سم

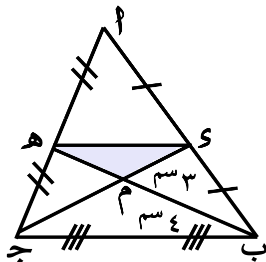
(٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٤)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة .

② Δ أ ب جـ فيه $\overline{أ ء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب جـ فإن : أ م = ... أ ء

③ في الشكل المقابل :

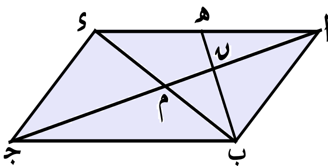


ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ ، ء م = ٣سم ، ب م = ٤سم

أكمل ما يأتي :

ⓐ م جـ = ... سم ⓑ ب هـ = ... سم

السؤال الثالث :



فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م ، هـ منتصف $\overline{أ ء}$ ،

$\overline{ب هـ} \cap \overline{أ جـ} = \{ن\}$ أثبت أن : أ ن = $\frac{١}{٣}$ أ جـ

امتحان ② على درس ① من الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوي .... طول الوتر

(ربع ، ثلث ، نصف ، ضعف)

② طول وتر المثلث القائم يساوي .... طول المتوسط الخارج من رأس القائمة .

(نصف ، ضعف ، ثلث ، ربع)

③ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ق(∠أ) = ٦٠° فإن : أ جـ = ...

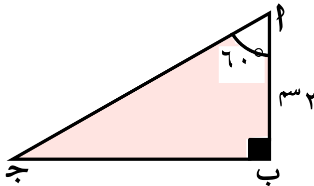
(ب جـ ، أ ب ، $\frac{1}{2}$ أ ب ، ٢ أ ب)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ فيكون ق(∠أ) = ...°

② طول وتر المثلث القائم الزاوية يساوي ضعف طول .... الخارج من رأس ....

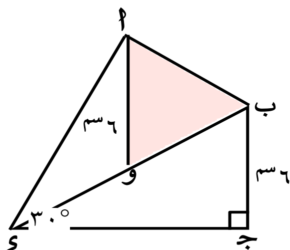
③ في الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ قائم في ب ، ق(∠أ) = ٦٠° ، أ ب = ٢ سم

فإن : أ جـ = ... سم

السؤال الثالث :



في الشكل المقابل :

ق(∠جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أو}}$ متوسط في Δ أ ب ء ، ق(∠ب ء جـ) = ٣٠°

، ب جـ = أ و = ٦ سم

أولاً : أوجد طول $\overline{\text{ب ء}}$ ثانياً : أثبت أن : ق(∠ب أ ء) = ٩٠°

امتحان ③ على درس ②، ③ من الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① Δ س ص ع متساوى الساقين فيه ق(∠س) = $100°$ فإن ق(∠ص) = ...

($100°$ ، $80°$ ، $60°$ ، $40°$)

② إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث هما $50°$ ، $80°$ فإن المثلث يكون ....

(مختلف الأضلاع ، متساوى الساقين ، متساوى الأضلاع ، قائم الزاوية)

③ قياس الزاوية الخارجة في المثلث المتساوي الأضلاع تساوي ....

($45°$ ، $60°$ ، $120°$ ، $135°$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه $60°$ يكون ....

② مثلث أ ب ج فيه أ ب = أ ج ، ق(∠ب) = $50°$ فإن : ق(∠أ) = ...

③ إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين $80°$ فإن قياس كل زاوية من زاويتى قاعدته = ...°

السؤال الثالث :

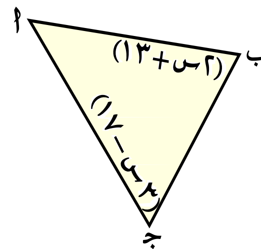
(أ) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ ج

ق(∠ب) = (٢س + ١٣)°

ق(∠ج) = (٣س − ١٧)°

أوجد : قياسات زوايا Δ أ ب ج

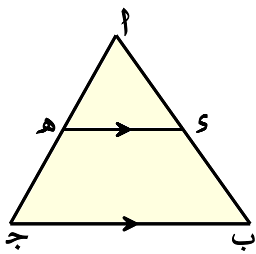


(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب ج}$ ،

أء = أهـ

برهن أن : أ ب = أ ج

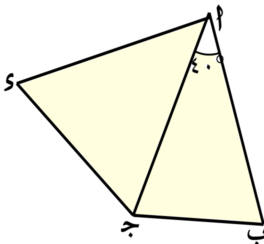


(جـ) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ ج = أ ء = ج ء

، ق(∠ب أ ج) = $40°$

أوجد : ق(∠ب ج ء)



امتحان ④ على درس ④ من الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوي .... (٣ ، ٢ ، ١ ، صفر)

② إذا كانت جـ ∈ محور تماثل $\overline{أب}$ فإن : أجـ .... ب جـ (// ، ⊥ ، = ، ≡)

③ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين .... (صفر ، ١ ، ٢ ، ٣)

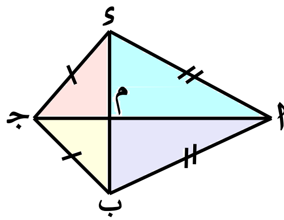
السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① أي نقطة تنتمي إلى محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين .... من طرفيها .

② منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ويكون ....

③ محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم .... من منتصفها .

السؤال الثالث :



فى الشكل المقابل :

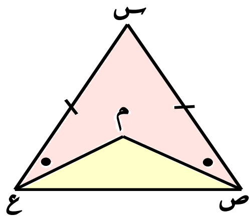
أء = أب ، ءجـ = ب جـ

أثبت أن :

① $\overleftrightarrow{أجـ}$ محور $\overline{بء}$.

② $\overline{أم}$ ⊥ $\overline{بم}$

السؤال الرابع :



في الشكل المقابل :

مثلث س ص ع ، م نقطة داخله بحيث

ق(∠س ص م) = ق(∠س ع م) ، س ص = س ع

أثبت أن : $\overleftrightarrow{س م}$ محور $\overline{ص ع}$

امتحان ⑤ [اختبار عام على الوحدة الرابعة]

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) فى المثلث أب جـ القائم الزاوية فى ب ، إذا كان أجـ = ٢٠ سم ، فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم

(١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٥)

(٢) المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٤٢° ، ٦٩° يكون ....

(متساوى الساقين ، متساوى الأضلاع ، مختلف الأضلاع ، قائم الزاوية)

(٣) المثلث الذى له ثلاثة محاور تماثل هو المثلث ....

(متساوى الساقين ، متساوى الأضلاع ، مختلف الأضلاع ، قائم الزاوية)

(٤) Δ س ص ع متساوى الساقين فيه ق(∠س) = ١٠٠° فإن ق(∠ص) = ...

(١٠٠° ، ٨٠° ، ٦٠° ، ٤٠°)

(٥) طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوى ..... الوتر

(ثلث ، ربع ، نصف ، ضعف)

(٦) أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب إذا كان ق(∠جـ) = ٣٠° فإن أجـ .... أب

(نصف ، يساوي ، ضعف ، ثلث)

السؤال الثانى : أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية ٤٥° كان المثلث ....

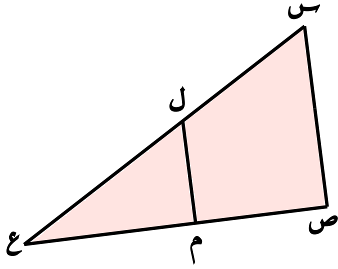
(٢) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ... °

(٣) طول الضلع المقابل لزاوية قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية تساوى ....

(٤) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم .... من منتصفها

(٥) إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين ٨٠° فإن قياس كل زاوية من زاويتى قاعدته = ... °

السؤال الثالث : فى الشكل المقابل :

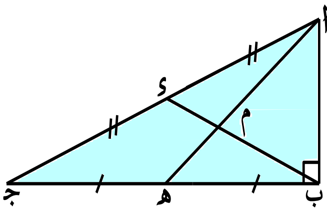


س ع = س ص ، ق(∠ل) = ٥٥°

، ق(∠س) = ٧٠°

أثبت أن : م ل = م ع

السؤال الرابع : في الشكل المقابل :



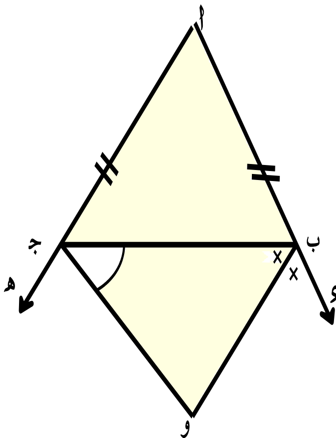
Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب أ جـ = ١٢سم

، م نقطة تقاطع المتوسطان $\overline{\text{أ هـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

، أ هـ = ٩سم

أوجد : محيط Δ أ م ء

السؤال الخامس :



فى الشكل المقابل :

أ ب = أ جـ ، ء ∈ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overrightarrow{\text{أ جـ}}$

، $\overrightarrow{\text{ب و}}$ ينصف ∠ء ب جـ ، $\overrightarrow{\text{جـ و}}$ ينصف ∠ب جـ هـ

أثبت أن :

أولاً : Δ ب و جـ متساوى الساقين

ثانياً : $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ محور تماثل $\overline{\text{ب جـ}}$

امتحان ① على درس ① ، ② من الوحدة الخامسة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① في المثلث س ص ع إذا كان س ص > س ع فإن : ق (∠ص) .... ق (∠ع)

(< ، > ، ⩾ ، =)

② إذا كانت ∠ أ ≡ ∠ب ، ∠ أ تكمل ∠ ب فإن : ق (∠ أ) = ... °

(٤٥ ، ٩٠ ، ١٣٥ ، ١٨٠)

③ Δ أ ب ج قائم الزاوية في ب إذا كان : أ ج = ٢٠سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ...

(١٠٠ ، ٨٠ ، ٦٠ ، ١٠)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول ....

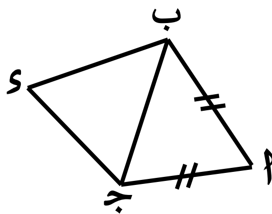
② Δ أ ب ج فيه : أ ب > أ ج فإن : ق (∠ج) ...... ق (∠ب)

③ إذا كان أ ب > أ ج ، فإن : أ ب – ٥ .... أ ج – ٥

السؤال الثالث :

Ⓐ المثلث أ ب ج فيه : أ ب = ٧سم ، ب ج = ٥ سم ، أ ج = ٦ سم رتب تصاعدياً قياسات زواياه .

Ⓑ في الشكل المقابل :



أ ب = أ ج ، ب ء < ج ء

أثبت أن :

ق (∠أ ب ء) > ق (∠أ ج ء)

امتحان ② على درس ③ من الوحدة الخامسة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① إذا كان Δ أ ب جـ فيه : ق (∠ب) > ق (∠جـ) فإن أ جـ ......أ ب

(أكبر من ، أصغر من ، يساوى ، أصغر من أو يساوى)

② إذا كان Δ أ ب جـ فيه ق (∠ب) = ١٣٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو............

($\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ ب}$ ، متوسطه)

③ س ص ع مثلث فيه : ق (∠ع) = ٧٠° ، ق (∠ص) = ٦٠° فإن : ص ع ...... س ص

(> ، < ، = ، ضعف)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

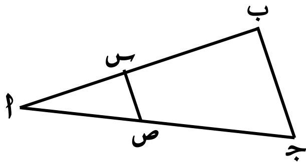
① أصغر زوايا المثلث فى القياس يقابلها ....

② فى Δ أ ب جـ : إذا كان ق(∠أ) = ٧٠° ، ق(∠ب) = ٣٠° فإن أكبر أضلاع المثلث طولاً هو......

③ إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ....

السؤال الثالث :

Ⓐ Δ أ ب جـ فيه ق(∠أ) = ٤٠° ، ق(∠ب) = ٧٥° ، رتب أضلاع المثلث تنازلياً



Ⓑ فى الشكل المقابل :

أ ب > ب جـ ،

$\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ ،

برهن أن : أ س > س ص

امتحان ③ على درس ④ من الوحدة الخامسة

السؤال الأول : **اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :**

① مجموع طولي أي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث .   (< ، > ، = ، ≡)

② إذا كان طولا ضلعين في مثلث متساوي الساقين هما ٥سم ، ١٢سم فإن طول الضلع الثالث هو ....

(٥ ، ١٢ ، ١٧ ، ٧)

③ الأعداد التى تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث هى ....

(٠، ٣، ٥ ، ٣، ٣، ٥ ، ٣، ٣، ٦ ، ٣، ٣، ٧)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٢سم ، ٧سم فإن طول الضلع الثالث ∈] ..... ، ...... [

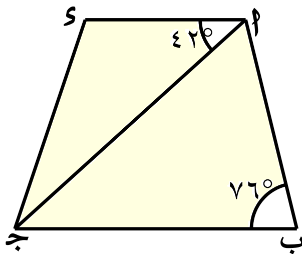
② أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو ....

③ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث .... طول الضلع الثالث

السؤال الثالث :

ⓐ فى المثلث أ ب جـ إذا كان أ ب = ١٠ سم ، ب جـ = ٧ سم أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع $\overline{\text{أ جـ}}$.

ⓑ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ق(∠أ ب جـ) = ٧٦° ، ق(∠جـ أ ء) = ٤٢°

أثبت أن :

أ ب > أ جـ

امتحان ④ [اختبار عام على الوحدة الخامسة]

السؤال الأول : أكمل ما يأتى :

① أصغر زوايا المثلث فى القياس يقابلها ....

② فى Δ أ ب جـ : إذا كان ق(∠أ) = ٧٠° ، ق(∠ب) = ٣٠° فإن أكبر أضلاع المثلث طولاً هو ......

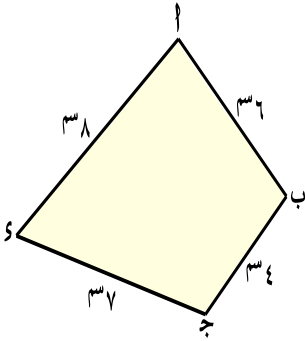
③ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث يساوى ....

④ Δ أ ب جـ فيه ق(∠أ) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو ....

⑤ Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم فإن أ جـ ∋] ..... ، ..... [

⑥ أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو ....

السؤال الثاني : فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

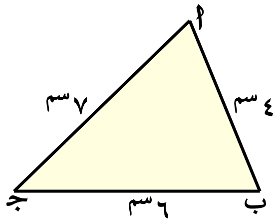
أ ب = ٦ سم

، ب جـ = ٤ سم ،

جـ ء = ٧ سم ، ء أ = ٨ سم

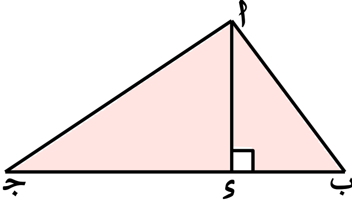
برهن أن : ق(∠ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء)

السؤال الثالث : فى الشكل المقابل :



رتب زوايا المثلث ترتيباً تنازلياً

السؤال الرابع : في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث

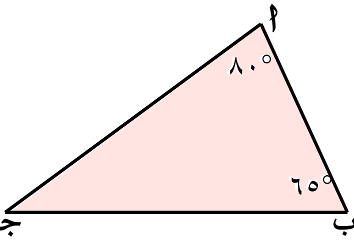
، $\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$

برهن أن :

أ ب + أ جـ > ٢ أ ء

السؤال الخامس :

في الشكل المقابل :



إذا كان : ق(∠أ) = ٨٠°

ق(∠ب) = ٦٥°

رتّب أطوال أضلاع المثلث أ ب جـ تصاعدياً

مراجعة ليلة الامتحان في الهندسة

❋ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

❶ عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية يساوي ....

(أ) واحد (ب) اثنين (جـ) ثلاثة (د) أربعة

❷ متوسطات المثلث تتقاطع في ....

(أ) نقطة واحدة (ب) نقطتين (جـ) ثلاث نقط (د) عدد لانهائي

❸ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة .... من جهة القاعدة

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٤ : ١

❹ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة .... من جهة الرأس

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٣ : ٢ (د) ٤ : ٢

❺ إذا كان Δ أ ب جـ فيه : $\overline{أ ء}$ متوسط في مثلث ، م نقطة تقاطع متوسطات

فإن أ م : أ ء = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٣ : ١

❻ إذا كانت م نقطة تلاقي المتوسطات في Δ أ ب جـ ، وكان $\overline{أ ء}$ متوسط

، أ م = ٦ سم فإن : م ء = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

❼ إذا كانت م نقطة تلاقي المتوسطات في Δ أ ب جـ ، وكان $\overline{أ ء}$ متوسط طوله ٦سم

فإن : أ م = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

❽ طول المتوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة يساوي .... **طول الوتر**.

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

❾ طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية

يساوي .... **طول الوتر**.

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

❿ طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي .... طول المتوسط الخارج من رأس القائمة

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

⓫ طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي .... طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠°

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

١٢ إذا كان طول متوسط المثلث الخارج من رأس القائمة في المثلث القائم الزاوية = ٤ سم **فإن :** طول الوتر = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

١٣ إذا كان Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

فإن : طول متوسط المرسوم من الرأس ب = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

١٤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق(∠ جـ) = ٣٠° ، أ جـ = ١٢ سم

فإن : أ ب = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٢٤

١٥ أ ب جـ مثلث فيه ق(∠ أ) = ٣٠° ، ق(∠ ب) = ٩٠° **فإن :** ب جـ = ... أ جـ

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

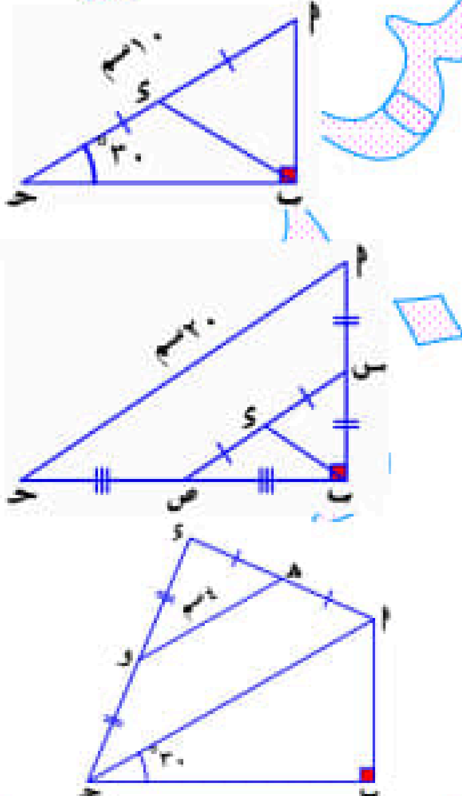
١٦ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان : أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

فإن : ق(∠ جـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

١٧ إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه **يساوي نصف** طول الضلع المقابل لهذا الرأس **فإن :** زاوية هذا الرأس تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة



١٨ من الشكل :

محيط (Δ أ ب جـ) = ... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠
(جـ) ١٥ (د) ٣٠

١٩ من الشكل :

طول $\overline{ب د}$ = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٨
(جـ) ١٠ (د) ١٥

٢٠ من الشكل :

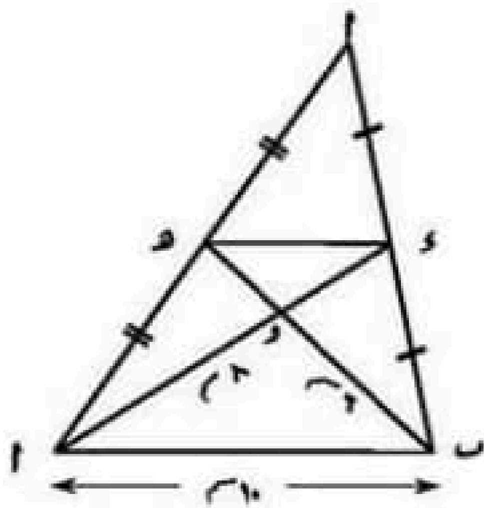
طول $\overline{أ ب}$ = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٤
(جـ) ٦ (د) ٨

تدريبات على متوسطات المثلث

(١) فى الشكل المقابل :

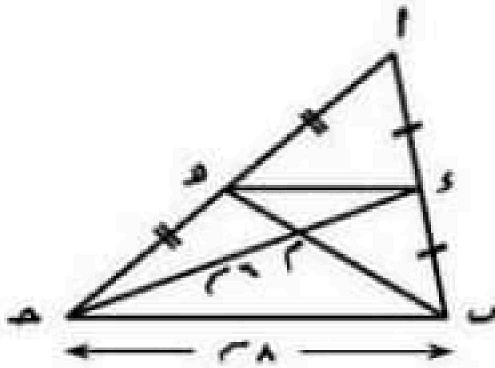
$\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان فى $\triangle$ أ ب حـ ،
متقاطعان فى و ، ب و = ٦ سم ،
و حـ = ٨ سم ، ب حـ = ١٠ سم
أحسب محيط $\triangle$ ء هـ و



---

(٢) فى الشكل المقابل :

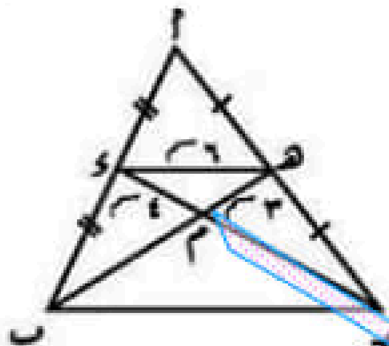
ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ ،
ب هـ = ٦ سم ، م حـ = ٦ سم ،
ب حـ = ٨ سم
أوجد محيط $\triangle$ م ء هـ



---

(٣) فى الشكل المقابل :

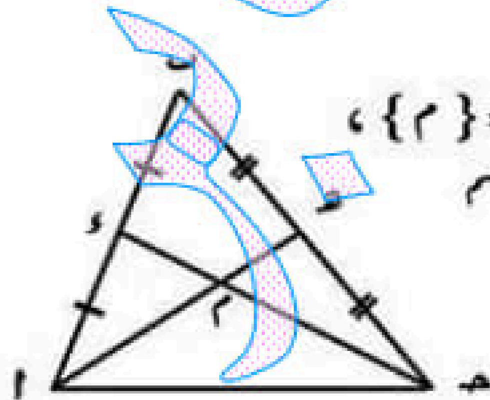
$\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان متقاطعان فى م ،
م هـ = ٣ سم ، م ء = ٤ سم ، ء هـ = ٦ سم
أوجد محيط $\triangle$ م ب حـ



---

(٤) فى الشكل المقابل :

المتوسطان $\overline{أ هـ} \cap \overline{حـ ء} = \{ م \}$ ،
م هـ = ٣ سم ، م حـ = ٨ سم
أكمل ما يأتى :
(١) م أ = ... سم
(٢) م ء = ... سم





تمارين على تابع متوسطات المثلث

أولاً : أسئلة الإكمال

① المتوسط فى Δ هو ....

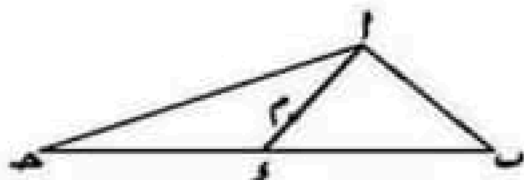
② نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ..... : ..... من جهة الرأس

③ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها من جهة القاعدة بنسبة ..... : .....

④ متوسطات Δ تتقاطع جميعاً فى .... تقسم كلاً منها بنسبة ٣ : ...... من جهة القاعدة

⑤ فى الشكل المقابل :

إذا كانت م نقطة تلاقى المتوسطات فى Δ أ ب جـ فإن :



(أ) ب ء = ... ب جـ

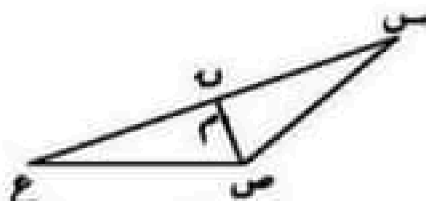
(ب) أ م = ... م ء

(جـ) أ م = ... أ ء

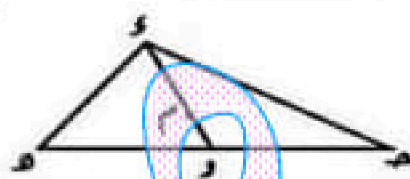
⑥ إذا كانت م نقطة تلاقى متوسطات Δ أ ب جـ وكان $\overline{أء}$ متوسط ، طول $\overline{أء}$ = ٦ سم فإن أ م = ... سم

⑦ فى كل من الأشكال الآتية :

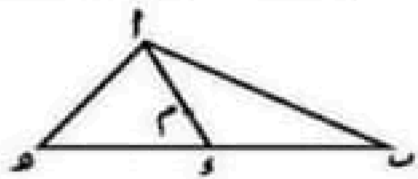
م نقطة تلاقى المتوسطات فى المثلث المعطى:



شكل (٣)



شكل (٢)



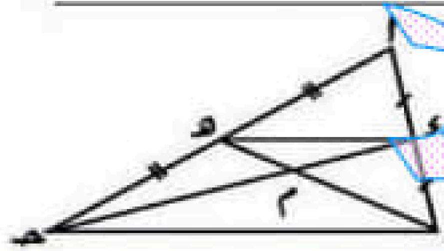
شكل (١)

ⓐ شكل (١) إذا كان أ م = ٢ سم فإن م ء = ... سم

ⓑ شكل (٢) إذا كان م و = ١,٥ سم فإن ء و = ... سم

ⓒ شكل (٣) إذا كان ص ن = ٦ سم فإن ص م = ... سم

⑧ فى الشكل المقابل :

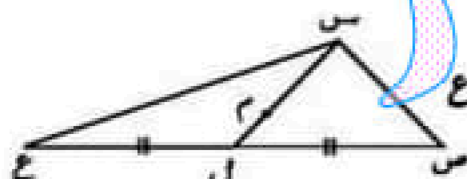


(أ) إذا كان ء هـ = ٣ سم فإن ب جـ = ... سم

(ب) إذا كان هـ ء = ٤,٥ سم فإن هـ م = ... سم

(جـ) إذا كان م هـ = ١,٢ سم فإن ب هـ = ... سم

⑨ فى الشكل المقابل:



إذا كانت م نقطة تلاقى متوسطات Δ س ص ع

فإن س ل = ... س م

ثانياً : أسئلة الاختيـــــار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس فى كل مما يأتى :

(١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة .... من جهة القاعدة

[٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ٣ : ١ ، ١ : ٣]

(٢) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات △ أ ب جـ ، ء منتصف ب جـ فإن أ ء = ...

[٢ أ م ، $\frac{٢}{٣}$ م ء ، $\frac{٣}{٢}$ أ م ، ٤ م ء]

(٣) إذا كانت م نقطة تلاقى المتوسطات فى △ أ ب جـ وكان أ ء متوسط طوله ٦ سم فإن أ م = ... سم

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

(٤) مستطيل تقاطع قطراه فى م ، طول قطره ٦ سم فإن طول المتوسط أ م = ...

[٢ سم ، ٣ سم ، ٦ سم ، ١٢ سم]

(٥) متوسطات المثلث تتقاطع جميعها فى ....

[نقطتين ، نقطة واحدة ، ٣ نقاط]

(٦) نقطة متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة ٤ : ٢ من جهة ....

[القاعدة ، الرأس ، غير ذلك ، الضلع الأكبر]

(٧) فى المثلث أ ب جـ إذا كان أ ء متوسطاً ، م نقطة تلاقى المتوسطات فإن أ ء = ... أ م

[$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$]

(٨) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة .... من جهة الرأس

[٣ : ١ ، ٣ : ٢ ، ١ : ٢ ، ٢ : ١]

****

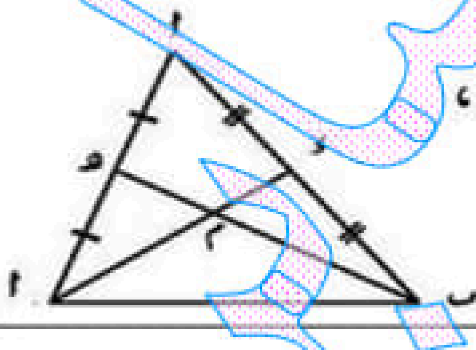
ثالثاً أسئلة المقال :-

(١) فى الشكل المقابل :

ب هـ ، جـ ء متوسطان متقاطعان فى م ،

فإذا كان جـ ء = ٩ سم ، ب م = ٨ سم

أوجد طول كلاً من م ء ، ب هـ



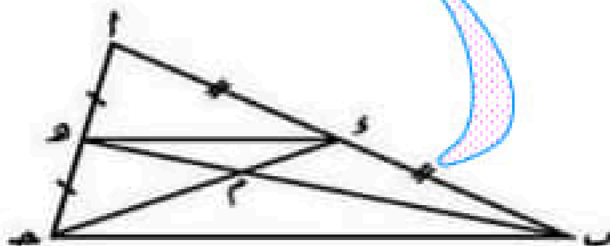
(٢) فى الشكل المقابل

أ ب جـ △ فيه ب هـ ، جـ ء متوسطان

تقاطعا فى م ، ب هـ = ١٢ سم ،

جـ ء = ٩ سم ، ب جـ = ١٢ سم

أوجد محيط △ ء هـ م



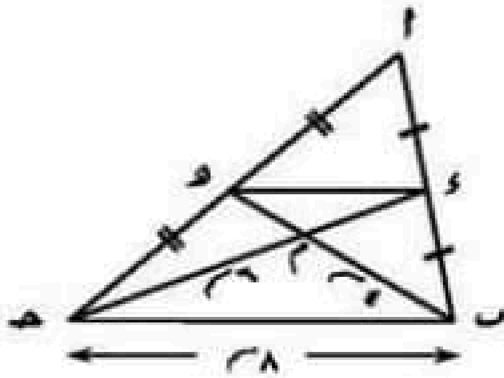
(٣) فى الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه ب جـ = ٨ سم ،

ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ،

م ب = ٤ سم ، م جـ = ٦ سم

أوجد بالبرهان محيط △ ء هـ م



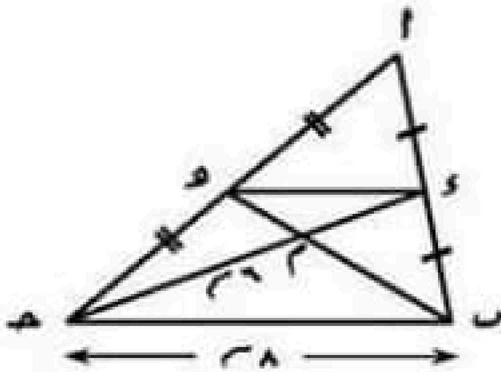
(٤) فى الشكل المقابل

ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ،

ب هـ = ٦ سم ، م جـ = ٦ سم ،

ب جـ = ٨ سم

أوجد محيط △ م ء هـ

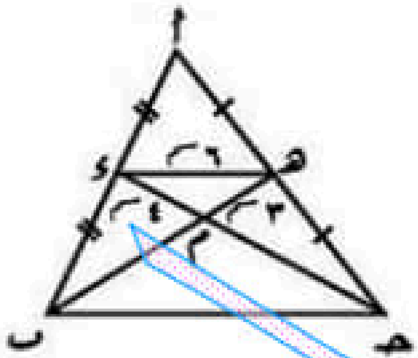


(٥) فى الشكل المقابل :

$\overline{ب هـ}$ ، $\overline{جـ ء}$ متوسطان متقاطعان فى م ،

م هـ = ٣ سم ، م ء = ٤ سم ، ء هـ = ٦ سم

أوجد محيط △ م ب جـ



****

رابعا مسائل تحتاج إلى تركيز :-

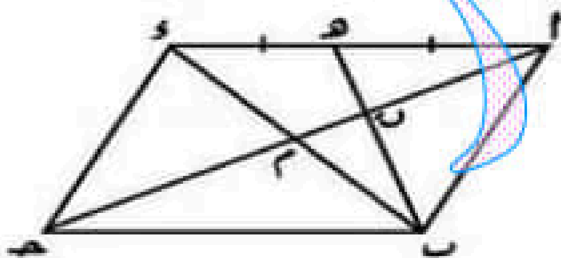
(١) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع

تقاطع قطراه فى م ،

هـ منتصف $\overline{أء}$

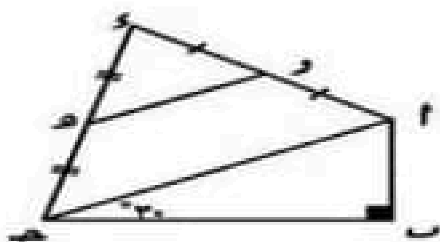
أثبت أن أ ن = $\frac{1}{3}$ أ جـ





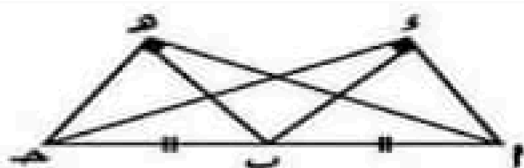
تدريبات على تابع متوسطات المثلث

(١) فى الشكل المقابل :



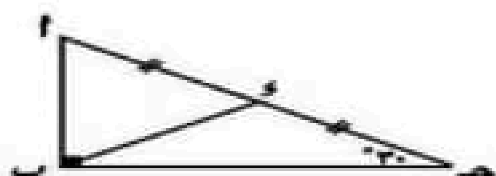
ق (∠ ب) = ٩٠° ،
ق (∠ أ جـ ب) = ٣٠° ،
هـ ، و منتصفا ءجـ ، ءأ على الترتيب
أثبت أن هـ و = أ ب

(٢) فى الشكل المقابل :



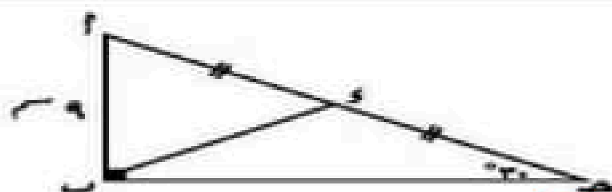
ق (∠ أ ء جـ) = ق (∠ أ هـ جـ) = ٩٠° ،
ب منتصف أجـ
أثبت أن ء ب = هـ ب

(٣) فى الشكل المقابل :



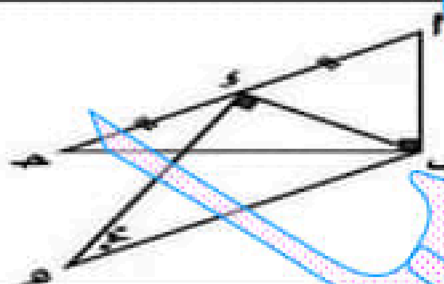
△ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ،
ق (∠ جـ) = ٣٠° ،
ء منتصف أجـ ، أ جـ = ١٤ سم
أوجد طول كل من أب ، ب ء

(٤) فى الشكل المقابل :



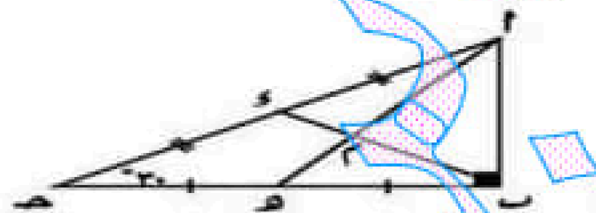
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ،
ق (∠ جـ) = ٣٠° ، أ ب = ٩ سم ،
ء منتصف أجـ
أوجد بالبرهان طول كلاً من أجـ ، ب ء

(٥) فى الشكل المقابل :



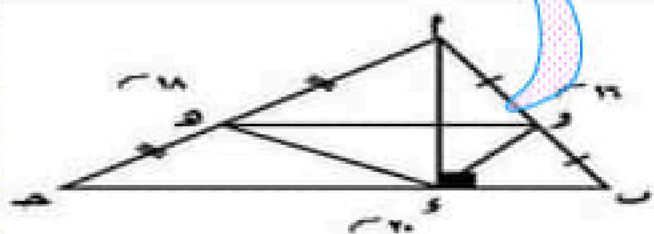
ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ب ء هـ) = ٩٠° ،
ق (∠ هـ) = ٣٠° ، ء منتصف أجـ
أثبت أن أ جـ = ب هـ

(٦) فى الشكل المقابل :



△ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ،
ق (∠ جـ) = ٣٠° ، ء منتصف أجـ ،
هـ منتصف ب جـ ، أ جـ = ٩ سم
أوجد طول كل من ب ء ، ب م ، أ ب

(٧) فى الشكل المقابل :



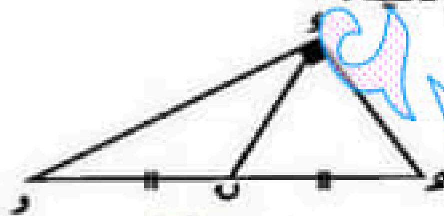
إذا كان أ ب = ١٦ سم ، أ جـ = ١٨ سم
ب جـ = ٢٠ سم ، أء ⊥ ب جـ ،
و منتصف أب ، هـ منتصف أجـ
فأوجد محيط △ ء هـ و

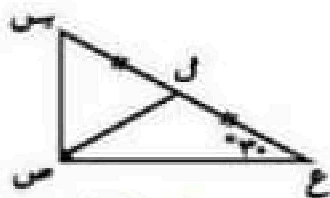
تمارين على تابع متوسطات المثلث

أولاً : أسئلة الإكمال

① فى كل من الأشكال الآتية :







شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

أ) فى شكل (١) إذا كان أ حـ = ٨ سم فإن ب ء = ... سم

ب) فى شكل (٢) إذا كان ء ب = ٣ سم فإن هـ ب = ... سم

حـ) فى شكل (٣) إذا كان س ص = ٣,٥ سم فإن ص ل = ... سم

****

ثانياً : أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس فى كل مما يأتى :

① طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ....

[ضعف طول الوتر ، نصف طول الوتر ، ثلث طول الوتر ، طول الوتر]

② طول المتوسط الخارج من رأس القائمة =............ طول وتر △ القائم الزاوية.

[٢ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$]

****

ثالثاً: أسئلة المقال :-

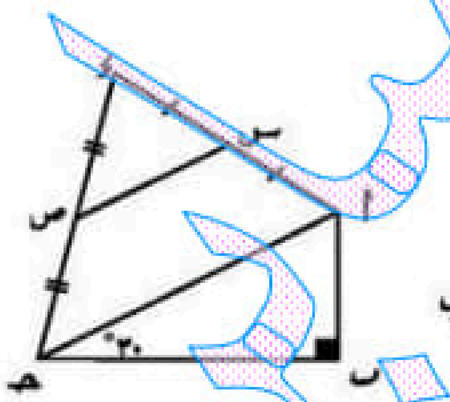
① فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ٩٠° ،

ق (∠ أ حـ ب) = ٣٠° ،

س ، ص منتصفا $\overline{أء}$ ، $\overline{ءحـ}$ على الترتيب

أثبت أن س ص = أ ب

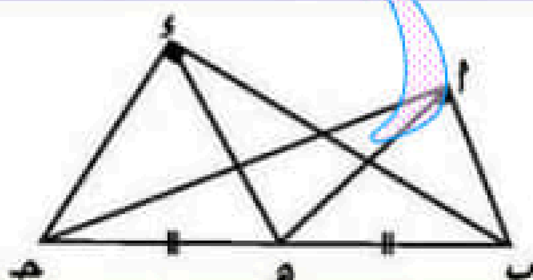


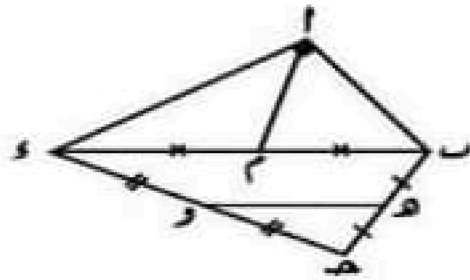
② فى الشكل المقابل

ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ ب ء حـ) = ٩٠° ،

هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

أثبت أن أ هـ = ء هـ

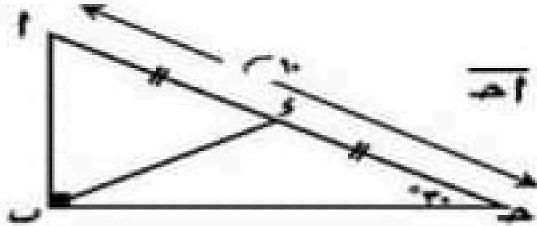




(٣) فى الشكل المقابل

هـ ، و ، م منتصفات $\overline{بجـ}$ ، $\overline{جـء}$ ، $\overline{بء}$ ، ق (∠ أ) = ٩٠°

اثبت أن أ م = هـ و

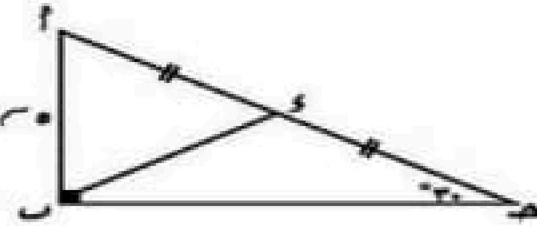


(٤) فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، ء منتصف $\overline{أجـ}$

أ جـ = ١٠ سم ، ق (∠ جـ) = ٣٠°

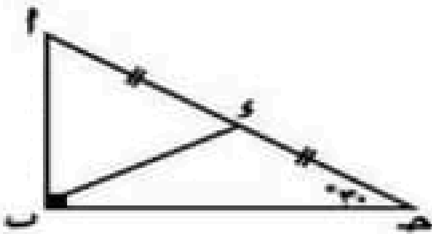
أوجد محيط △ أ ب ء



(٥) فى الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ق (∠ جـ) = ٣٠° ، أ ب = ٥ سم ، ء منتصف $\overline{أجـ}$

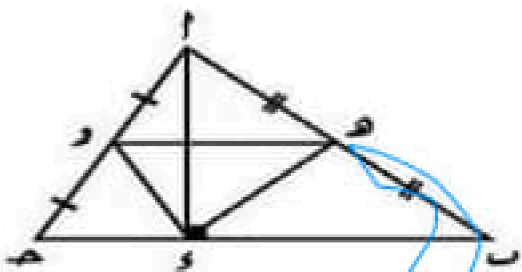
أوجد بالبرهان طول كلاً من $\overline{أجـ}$ ، $\overline{بء}$



(٦) فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أجـ}$ ، ق (∠ جـ) = ٣٠°

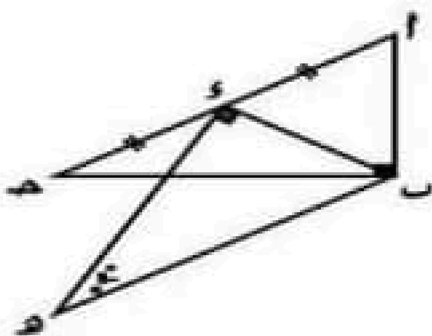
اثبت أن △ أ ب ء متساوى الأضلاع



(٧) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ △ ، فيه هـ ، و منتصفى $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ على الترتيب ، $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ يقطعه فى ء ، أ ب = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ جـ = ٨ سم

احسب محيط : △ ء هـ و



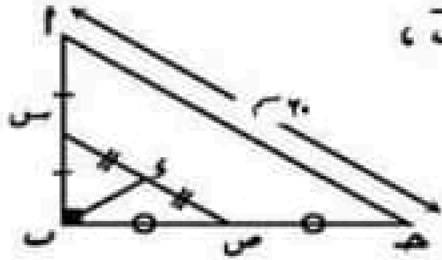
(٨) فى الشكل المقابل

ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ب ء هـ) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أجـ}$ ، ق (∠ هـ) = ٣٠° ، أ جـ = ١٠ سم

أوجد طول $\overline{بهـ}$

رابعا : مسائل تحتاج إلى تركيز :-

(١) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب ﺟ) = ٩٠° ، س منتصف $\overline{أب}$ ،

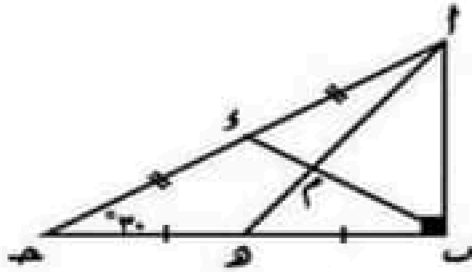
ص منتصف $\overline{بﺟ}$ ،

ء منتصف $\overline{سص}$ ، أ ﺟ = ٢٠ سم

أوجد طول $\overline{بء}$

---

(٢) فى الشكل المقابل



Δ أ ب ﺟ قائم الزاوية فى ب ،

ق (∠ ﺟ) = ٣٠° ،

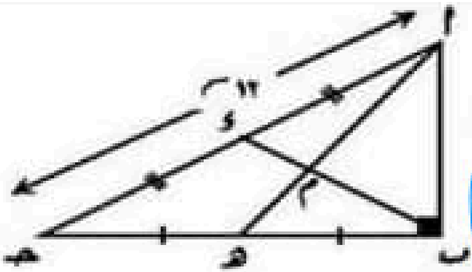
ء منتصف $\overline{أﺟ}$ ، ﻫ منتصف $\overline{بﺟ}$ ،

أ ﺟ = ١٢ سم ، م ﻫ = ٢,٥ سم **أوجد :**

① طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{مء}$ ② محيط المثلث أ ب م

---

(٣) فى الشكل المقابل :



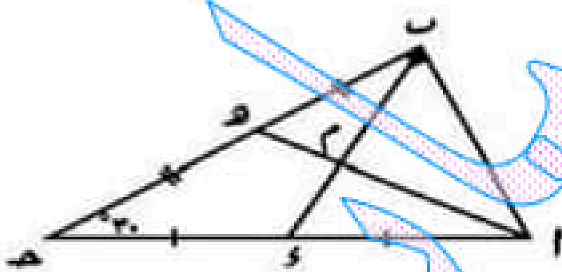
Δ أ ب ﺟ قائم الزاوية فى ب ، أ ﺟ = ١٢ سم ،

ء ، ﻫ منتصفى $\overline{أﺟ}$ ، $\overline{بﺟ}$ على الترتيب

أوجد طول كل من $\overline{بء}$ ، $\overline{بم}$

---

(٤) فى الشكل المقابل



أ ب ﺟ مثلث قائم الزاوية فى ب ،

$\overline{أﻫ}$ ، $\overline{بء}$ متوسطان فيه

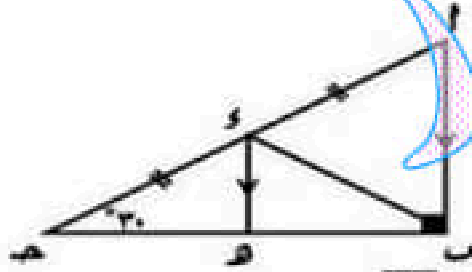
متقاطعان فى { م } ،

ق (∠ ﺟ) = ٣٠° ، أ ء = ٩ سم

أوجد طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{بﺟ}$ ، $\overline{بم}$

---

(٥) فى الشكل المقابل :



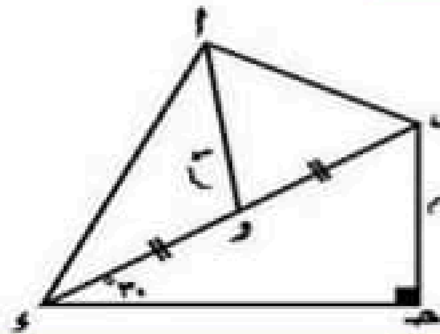
أ ب ﺟ مثلث قائم الزاوية فى ب ،

ء منتصف $\overline{أﺟ}$ ، ق (∠ ﺟ) = ٣٠° ،

$\overline{أب}$ // $\overline{ءﻫ}$ **اثبت** أن أ ب = ب ء

وإذا كان ب ء = ٦ سم **أوجد** طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{ءﻫ}$

تمارين على إثبات متوسط المثلث



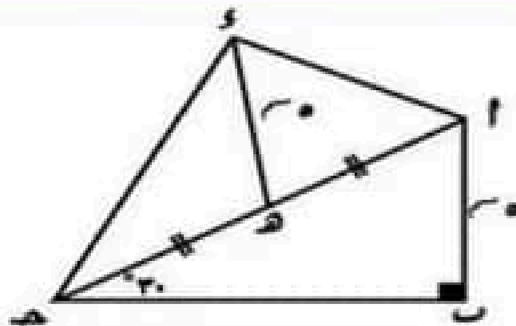
(١) في الشكل المقابل

ق (∠ جـ) = ٩٠° ، $\overline{أو}$ متوسط في △ أ ب ء ،

ق (∠ ب ء جـ) = ٣٠° ، ب جـ = أ و = ٦ سم

(١) أوجد طول $\overline{ب ء}$

(٢) أثبت أن ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°



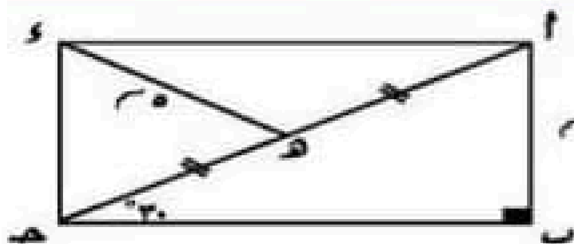
(٢) في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ،

ق (∠ أ جـ ب) = ٣٠° ، أ ب = ٥ سم ،

هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ ، ء هـ = ٥ سم

أثبت أن ق (∠ أ ء جـ) = ٩٠°

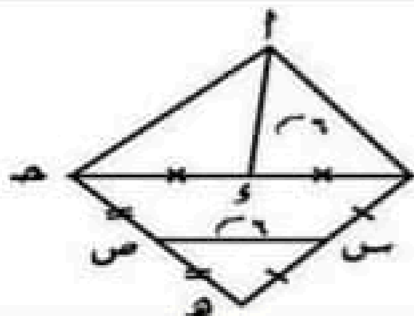


(٣) في الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠ ب جـ أ) = ٣٠° ،

أ ب = ء هـ = ٥ سم

أثبت أن ق (∠ ء) = ٩٠°



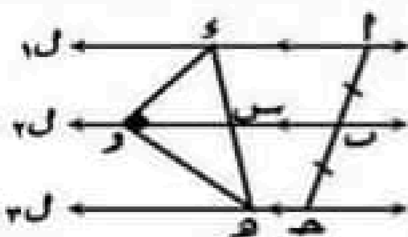
(٤) في الشكل المقابل

$\overline{أ ء}$ متوسط في المثلث أ ب جـ ،

س ، ص منتصفا $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{جـ هـ}$ على الترتيب ،

أ ء = س ص = ٦ سم

أثبت أن ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°

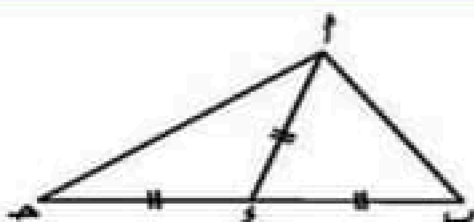


(٥) في الشكل المقابل

ل١ // ل٢ // ل٣ ، أ ب = ب جـ ،

ق (∠ ء و هـ) = ٩٠°

أثبت أن و س = $\frac{1}{2}$ ء هـ



(٦) في الشكل المقابل :

ء أ = ء ب = ء جـ

أثبت أن ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°

★ **المثلث المتساوي الساقين :**

❶ زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ....

(أ) متطابقتان (ب) متتامتان (جـ) متكاملتان (د) منعكستان

❷ قياس أي زاوية من زوايا المثلث المتساوي الأضلاع يساوي ....

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

❸ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع يساوي ....

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

❹ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين ٦٠° يكون المثلث ....

(أ) متساوي الساقين (ب) متساوي الأضلاع

(جـ) متخلف الأضلاع (د) قائم الزاوية

❺ Δ أ ب جـ **فيه :** أ ب = أ جـ ، ق(∠ ب) = ٧٠° **فان :** ق(∠ أ) = ...

(أ) ٧٠ (ب) ١٤٠° (جـ) ٤٠° (د) ٥٥°

❻ Δ د هـ و **فيه :** د هـ = هـ و ، ق(∠ هـ) = ٥٠° **فان :** ق(∠ د) = ...

(أ) ٥٠ (ب) ١٠٠° (جـ) ٨٠° (د) ٦٥°

❼ Δ س ص ع متساوي الساقين **فيه :** ق(∠ س) = ١٠٠° **فان :** ق(∠ ص) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ٤٠° (د) ٢٠°

❽ Δ س ص ع **فيه :** س ص = س ع ، ق(∠ س) + ق(∠ ص) = ١٣٠°

فان : ق(∠ س) = ...

(أ) ١٨٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٦٥° (د) ٨٠°

❾ Δ أ ب جـ **فيه :** ٢ ق(∠ أ) = ق(∠ ب) + ق(∠ جـ) **فان :** ق(∠ أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

❿ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية ٤٥° **يكون المثلث** ....

(أ) متساوي الساقين (ب) متساوي الأضلاع

(جـ) متخلف الأضلاع (د) قائم الزاوية

⓫ Δ أ ب جـ **فيه :** ق(∠ أ) = ٧٠° ، ق(∠ ب) = ٥٥° **فان :** أ جـ = ...

(أ) أ ب (ب) ب جـ (جـ) أ د (د) غير ذلك

١٣ المستقيم المرسوم من رأسه عموديا على القاعدة يسمي ....

المثلث المتساوي الساقين

(أ) منصف (ب) عمودي (حـ) متوسط (ء) محور تماثل

١٤ عدد محاور التماثل المثلث المتساوي الساقين ....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٣

١٥ عدد محاور التماثل المثلث المختلف الأضلاع ....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٣

١٦ إذا كان Δ أ ب حـ فيه : ق(∠ أ) = ٧٥° ، ق(∠ أ) = ٣٠°

فإن : عدد محاور تماثله ....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٣

١٧ إذا كان Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق(∠ أ) = ٦٠°

فإن : عدد محاور تماثله ....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٣

١٨ **إذا كانت** : $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$ **فإن** : أ حـ = ...

(أ) أ ب (ب) ب حـ (حـ) أ ء (ء) ب ء

١٩ **إذا كان** : س أ = س ب ، ص أ = ص ب **فإن** : $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ .... $\overline{\text{أ ب}}$

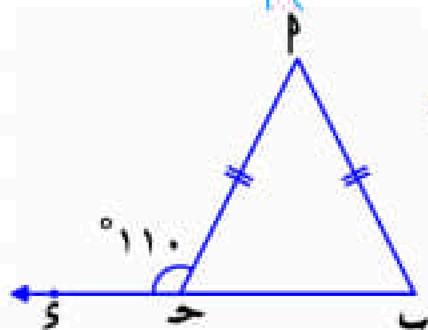
(أ) ⊥ (ب) // (حـ) = (ء) ≡

٢٠ **من الشكل** :

ق(∠ أ) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ٤٠°

(حـ) ٥٥° (ء) ١٨٠°



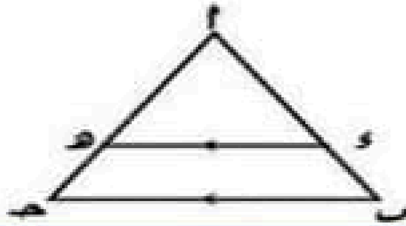
تدريبات على المثلث المتساوى الساقين

① فى الشكل المقابل :

$\overline{ده} // \overline{بجـ}$ ،

اب = اجـ

اثبت أن △ ا د هـ متساوى الساقين



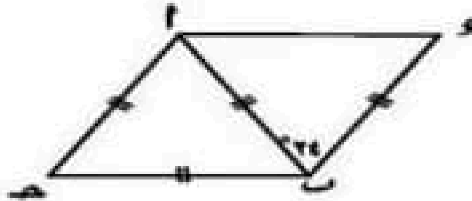
② فى الشكل المقابل :

ا جـ ب د شكل رباعى فيه

اب = ب جـ = جـ ا = ب د ،

ق (∠ ا ب د) = ٢٤°

أوجد ق (∠ جـ ا د)



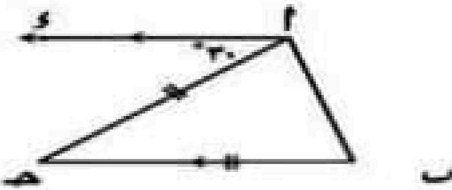
③ فى الشكل المقابل :

ا ب جـ مثلث فيه ا جـ = ب جـ ،

$\overline{اد} // \overline{بجـ}$ ،

ق (∠ د ا جـ) = ٣٠°

أوجد بالبرهان ق (∠ د ا ب)

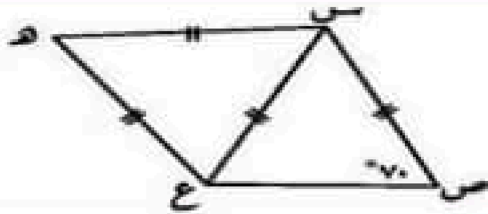


④ فى الشكل المقابل :

س ص = س ع = س هـ = ع هـ ،

ق (∠ ص) = ٧٠°

أوجد بالبرهان ق (∠ ص ع هـ)



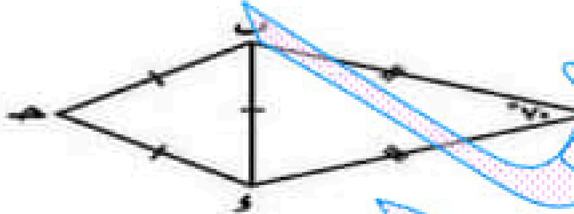
⑤ فى الشكل المقابل :

اب = اد ،

△ ب جـ د متساوى الأضلاع ،

ق (∠ ا) = ٧٠°

أوجد ق (∠ ا ب جـ)

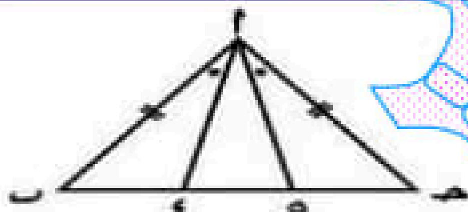


⑥ فى الشكل المقابل :

اب = اجـ ،

ق (∠ ب ا د) = ق (∠ جـ ا هـ)

اثبت أن ① اهـ = اد ② ب هـ = جـ د

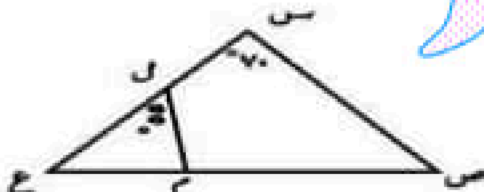


⑦ فى الشكل المقابل :

س ع = س ص ، ق (∠ س) = ٧٠° ،

ق (∠ ع ل م) = ٥٥°

اثبت أن م ل = م ع



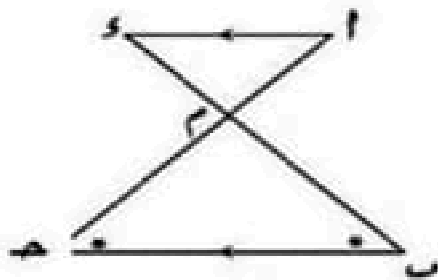


(١) فى الشكل المقابل :

أهـ ∩ بء = { م } ،

أء // بهـ ، ق (∠ ب) = ق (∠ هـ)

أثبت أن : △ م أ ء متساوي الساقين



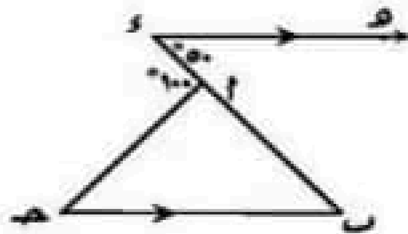
(٢) فى الشكل المقابل :

ءهـ // بجـ ،

ق (∠ ء) = ٥٠° ،

ق (∠ ء أ جـ) = ١٠٠°

أثبت أن △ أ ب جـ متساوى الساقين

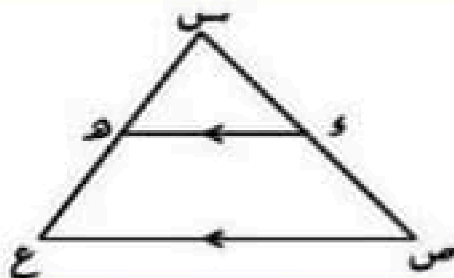


(٣) فى الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه س ص = س ع ،

ءهـ // ص ع

أثبت أن : △ ء س هـ متساوي الساقين

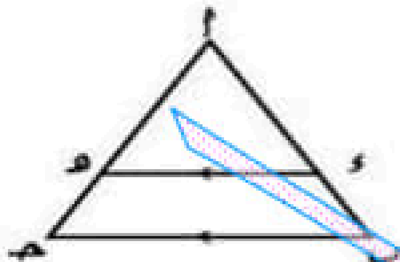


(٤) فى الشكل المقابل :

ءهـ // بجـ ،

أء = أهـ

أثبت أن △ أ ب جـ متساوى الساقين

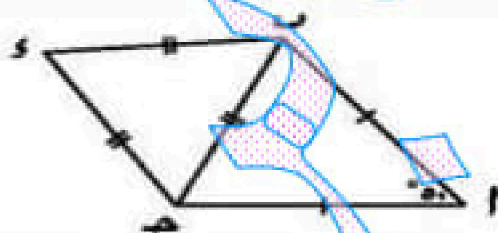


(٥) فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ٥٠° ، أ ب = أ جـ ،

△ ء ب جـ متساوى الأضلاع

أوجد ق (∠ أ ب ء)

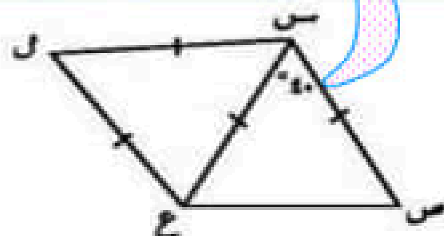


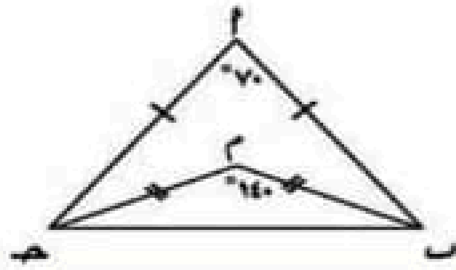
(٦) فى الشكل المقابل :

س ص = س ع = س ل = ع ل ،

ق (∠ ص س ع) = ٤٠°

أوجد ق (∠ ص ع ل)



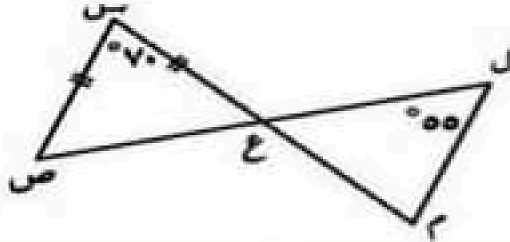


(٧) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ ﺟ ، م ب = م ﺟ ،

ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ م) = ١٤٠°

أوجد : ق (∠ أ ﺟ م)

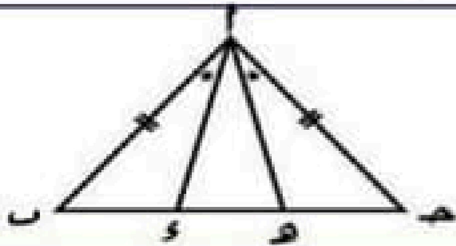


(٨) فى الشكل المقابل :

س ع = س ص ، ق (∠ م ل ع) = ٥٥° ،

ق (∠ س) = ٧٠°

اثبت أن م ل = م ع

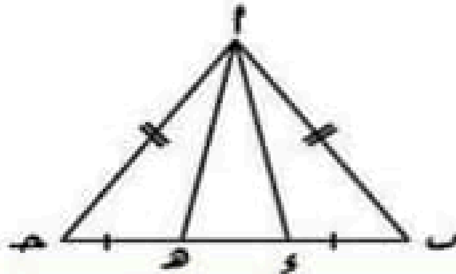


(٩) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ ﺟ ،

ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ ﺟ أ ﻫ)

اثبت أن أ ء = أ ﻫ ، ب ء = ﺟ ﻫ



(١٠) فى الشكل المقابل :

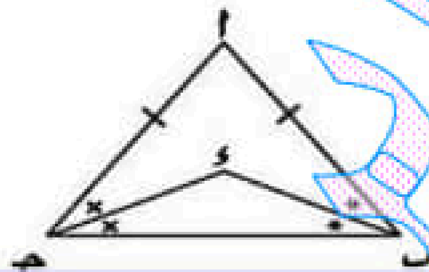
أ ب ﺟ مثلث فيه أ ب = أ ﺟ ،

ب ء = ﻫ ﺟ

اثبت أن : أ ء = أ ﻫ

****

المستوى الثانى :-

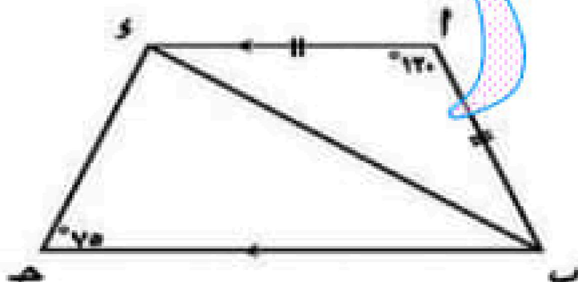


(١) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ ﺟ ، $\overrightarrow{ب ء}$ ينصف (∠ أ ب ﺟ) ،

$\overrightarrow{ﺟ ء}$ ينصف (∠ أ ﺟ ب)

برهن أن : △ ء ب ﺟ متساوى الساقين



(٢) فى الشكل المقابل :

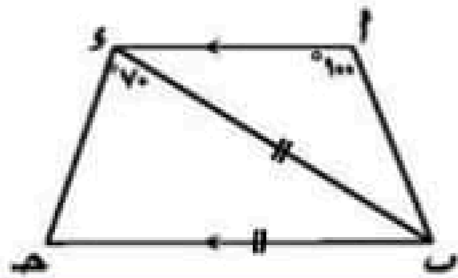
أ ب = أ ء ، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب ﺟ}$ ،

ق (∠ ب أ ء) = ١٢٠° ،

ق (∠ ﺟ) = ٧٥°

اثبت أن : ب ﺟ = ب ء

٣ **فى الشكل المقابل :**



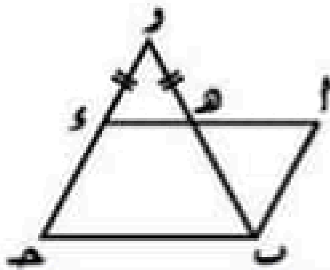
$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق (∠ ب أ د) = ١٠٠° ،

ق (∠ ب د جـ) = ٧٠° ، ب د = ب جـ

اثبت أن △ أ ب د متساوى الساقين

---

٤ **فى الشكل المقابل :**



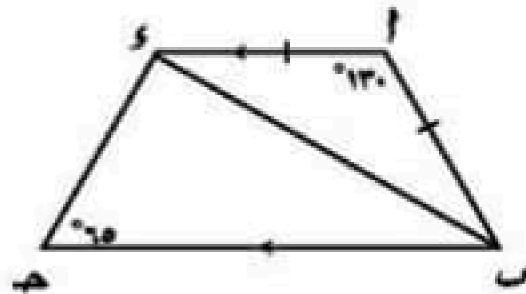
أ ب جـ د متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أد}$ ،

$\overleftrightarrow{ب هـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{جـ د}$ = { و } بحيث هـ و = د و

اثبت أن △ ب أ هـ متساوى الساقين

---

٥ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ،

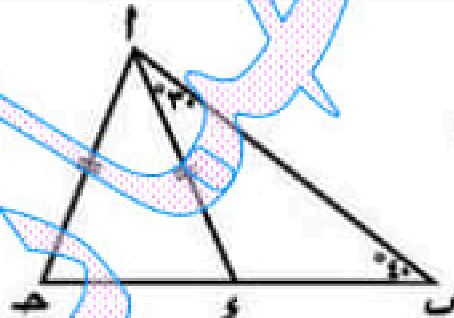
أ د = أ ب ، ق (∠ أ) = ١٣٠° ،

ق (∠ جـ) = ٦٥°

اثبت أن : $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{د جـ}$

---

٦ **فى الشكل المقابل :**



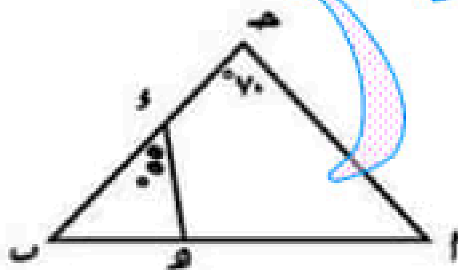
أ د = أ جـ ، ق (∠ ب) = ٤٠° ،

ق (∠ ب أ د) = ٣٠°

اثبت أن أ ب = جـ ب

---

٧ **فى الشكل المقابل :**



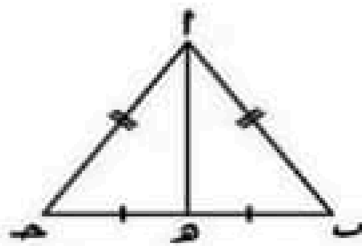
جـ أ = جـ ب ،

ق (∠ د) = ٥٥° ،

ق (∠ جـ) = ٧٠°

اثبت أن هـ د = هـ ب

تمارين على نتائج المثلث المتساوى الساقين

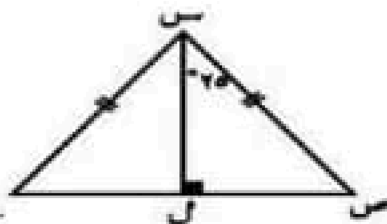


(١) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ جـ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن :

$\overline{\text{أ هـ}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$



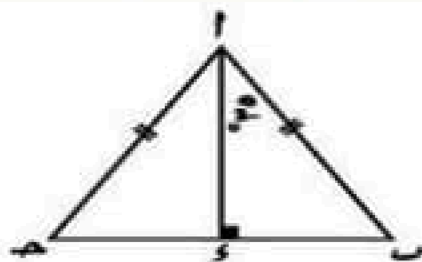
(٢) فى الشكل المقابل :

س ص = س ع ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$ ،

ص ع = ٨ سم ، ق (∠ ص س ل) = ٢٥°

أوجد (١) طول $\overline{\text{ص ل}}$

(٢) ق (∠ ع س ل)



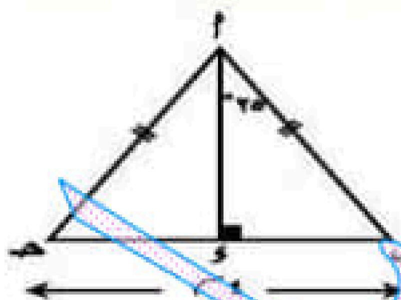
(٣) فى الشكل المقابل :

△ أ ب جـ فيه $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ،

ب جـ = ٤ سم ، أ ب = أ جـ ،

ق (∠ ب أ ء) = ٣٥°

أوجد ق (∠ ء أ جـ) ، طول $\overline{\text{ء جـ}}$



(٤) فى الشكل المقابل :

△ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ،

$\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، ق (∠ ب أ ء) = ٢٥° ،

ب جـ = ٤ سم

أوجد (١) ق (∠ ب أ جـ)

(٢) طول $\overline{\text{ب ء}}$

★ التباين :

❶ Δ أ ب حـ فيه : أ ب > أ حـ فإن : ق(∠ب) .... ق(∠حـ)

(أ) > (ب) < (حـ) = (د) ≤

❷ إذا كان Δ د هـ و فيه : د هـ = ٥ سم ، هـ و = ٨ سم ، د و = ٦ سم

فإن : أكبر زواياه في القياس هي ....

(أ) حـ (ب) د (حـ) هـ (د) و

❸ Δ س ص ع فيه : ق(∠ع) = ٧٠° ، ق(∠ص) = ٦٠° فإن : ص ع .... س ص

(أ) > (ب) < (حـ) = (د) ≤

❹ Δ أ ب حـ فيه : ق(∠أ) = ق(∠ب) + ١٥° فإن : ب حـ .... أ حـ

(أ) > (ب) < (حـ) = (د) ≥

❺ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص فإن : س ع .... ص ع

(أ) > (ب) < (حـ) = (د) ≥

❻ Δ أ ب حـ فيه : ق(∠أ) = ١٣٠° يكون أطول أضلاعه طولاً هو ....

(أ) $\overline{\text{أ ب}}$ (ب) $\overline{\text{ب حـ}}$ (حـ) $\overline{\text{أ حـ}}$ (د) $\overline{\text{حـ د}}$

❼ في أي مثلث يكون مجموع طولي ضلعين .... طول الضلع الثالث

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (حـ) يساوي (د) ضعف

❽ في المثلث أ ب حـ يكون أ ب .... ب حـ + أ حـ

(أ) > (ب) < (حـ) = (د) ≥

❾ الأطوال التي تصلح أن تكون أضلاع مثلث هي ....

(أ) (٠،٣،٥) (ب) (٣،٣،٦) (حـ) (٣،٣،٥) (د) (٣،٣،٧)

❿ مثلث متساوي الساقين فيه طولا ضلعين ٤ سم ، ٩ سم

فإن طول الضلع الثالث = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (حـ) ٩ (د) ١٣

⓫ إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٥ سم ، ١٠ سم وله محور تماثل واحد

فإن محيطه = ... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠ (حـ) ١٥ (د) ٢٥

⓬ إذا كان Δ أ ب حـ فيه : أ ب = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم فإن : ب حـ ∈ ....

(أ) [٢ ، ٨] (ب)]٢ ، ٨[(حـ) [٢ ، ٨[(د)]٢ ، ٨]

تدريبات على المقارنة بين أقياسات زوايا مثلث

الفكرة الأولى :-

(١) المثلث أ ب حـ فيه أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ٥ سم
رتب قياسات زوايا المثلث تصاعدياً

(٢) فى △ أ ب حـ فيه أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٦ سم
رتب تصاعدياً قياسات زواياه

****

الفكرة الثانية :-

(١) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه
أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٤ سم ،
حـ ء = ٥ سم ، ء أ = ٨ سم
برهن أن ق (∠ ب حـ ء) > ق (∠ ب أ ء)

(٢) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه
أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٤ سم ،
حـ ء = ٧ سم ، ء أ = ٨ سم
برهن أن ق (∠ ب حـ ء) > ق (∠ ب أ ء)

(٣) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه
أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٤ سم ،
حـ ء = ٦ سم ، أ ء = ٨ سم
أثبت أن ق (∠ ب حـ ء) > ق (∠ ب أ ء)

تمارين على المقارنة بين قياسات زوايا مثلث

الفكرة الأولى :-

(١) △ أ ب جـ فيه أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٦ سم
رتب تصاعدياً قياسات زوايا المثلث

(٢) فى الشكل المقابل :
رتب زوايا △ أ ب جـ ترتيباً تنازلياً

(٣) △ أ ب جـ فيه أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٤ سم
رتب قياسات زوايا المثلث تصاعدياً

****

الفكرة الثانية :-

(١) فى الشكل المقابل :
أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ٦ سم ،
جـ د = ٥ سم ، أ د = ٩ سم
أثبت أن ق (∠ ب جـ د) > ق (∠ د أ ب)

(٢) فى الشكل المقابل :
أ ب = ٩ سم ، ب جـ = ٦ سم ،
أ د = ١٢ سم ، د جـ = ٧ سم
أثبت أن ق (∠ ب جـ د) > ق (∠ ب أ د)

(٣) فى الشكل المقابل :
أ ب = أ جـ ،
جـ د > د ب
أثبت أن ق (∠ أ ب د) > ق (∠ أ جـ د)



الفكرة الأولى :-

(١) △ أ ب حـ فيه ق (∠ أ) = ٦٠° ، ق (∠ ب) = ٥٠°
رتب أضلاع △ أ ب حـ ترتيباً تنازلياً

---

(٢) △ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب وفيه ق (∠ أ) = ٥٠°
رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيباً تصاعدياً

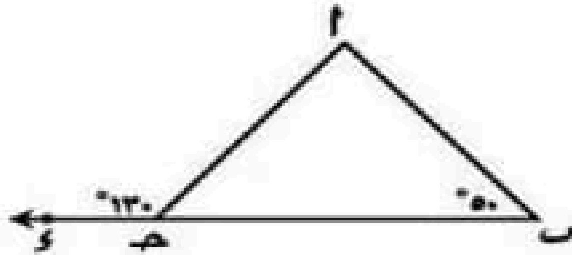
---

(٣) أ ب حـ مثلث فيه ق (∠ أ) = ٦ س ، ق (∠ ب) = ٤ س - ٩ ،
ق (∠ حـ) = ٣ (س - ٢) رتب أطوال أضلاع المثلث تنازلياً

****

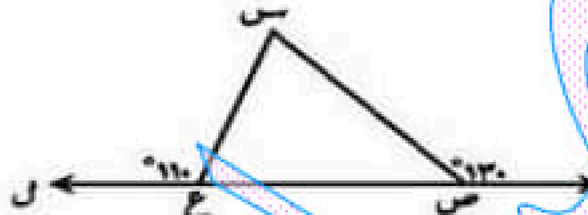
الفكرة الثانية :-

(١) فى الشكل المقابل :
ق (∠ د أ حـ ء) = ١٣٠° ،
ق (∠ ب) = ٥٠°
أثبت أن ب حـ > أ حـ



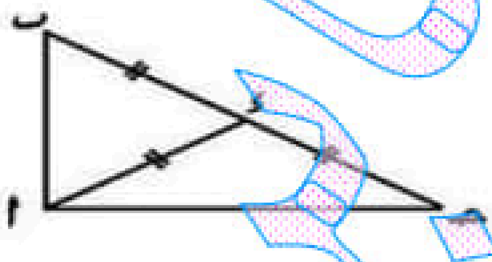
---

(٢) فى الشكل المقابل :
ق (∠ س ص م) = ١٣٠° ،
ق (∠ س ع ل) = ١١٠°
أثبت أن س ص > س ع



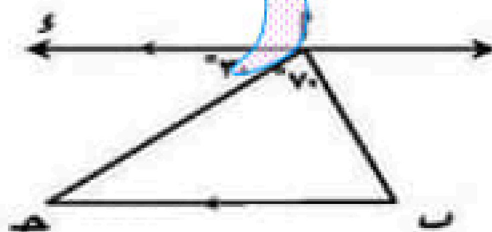
---

(٣) فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث ،
ء ∈ $\overline{\text{أ حـ}}$
حيث أ ء = ب ء = ء حـ
أثبت أن ب حـ > أ حـ



---

(٤) فى الشكل المقابل :
$\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ،
ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠° ،
ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠°
أثبت أن أ حـ > ب حـ



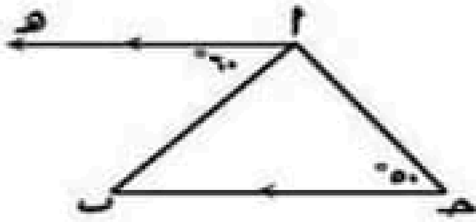
٥ في الشكل المقابل :

أهـ // ب جـ ،

ق (∠ هـ أ ب) = ٦٠° ،

ق (∠ أ جـ ب) = ٥٠°

اثبت أن أ جـ > أ ب



---

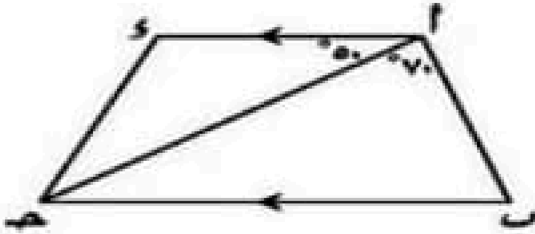
٦ في الشكل المقابل :

أ د // ب جـ ،

ق (∠ ب أ جـ) = ٧٠° ،

ق (∠ د أ جـ) = ٥٠°

اثبت أن ب جـ > أ ب



---

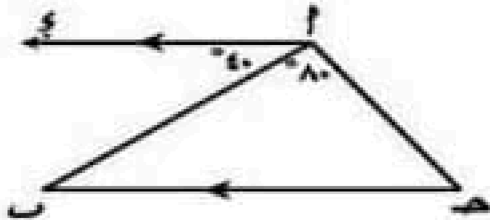
٧ في الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ فيه

أ د // ب جـ ، ق (∠ د أ ب) = ٤٠° ،

ق (∠ ب أ جـ) = ٨٠°

برهن أن جـ ب > أ جـ



---

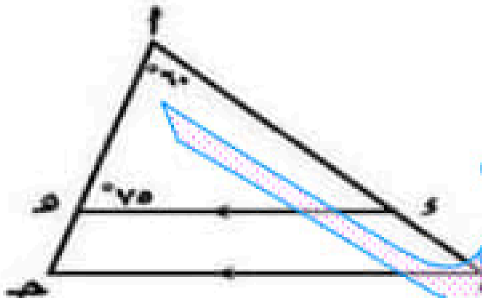
٨ في الشكل المقابل :

د هـ // ب جـ ،

ق (∠ أ) = ٦٠° ،

ق (∠ أ هـ د) = ٧٥°

اثبت أن أ ب > أ جـ



---

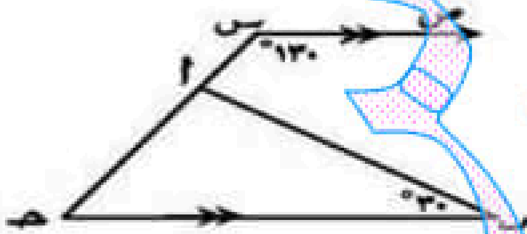
٩ في الشكل المقابل :

س ص // ب جـ ،

ق (∠ ص س جـ) = ١٣٠° ،

ق (∠ أ ب جـ) = ٣٠°

اثبت أن ب جـ > أ ب



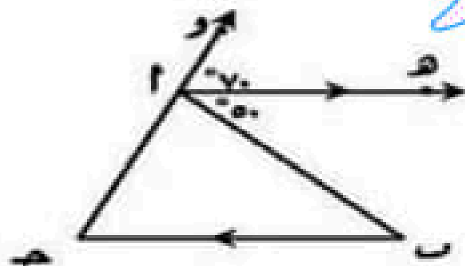
---

١٠ في الشكل المقابل :

أهـ // ب جـ ، ق (∠ هـ أ ب) = ٥٠° ،

ق (∠ هـ أ و) = ٧٠°

برهن أن أ ب > أ جـ





الفكرة الأولى :-

(١) مثلث أ ب حـ فيه ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (∠ ب) = ٨٠°
رتب أطوال أضلاع المثلث أ ب حـ ترتيباً تنازلياً

---

(٢) △ أ ب حـ فيه ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (∠ ب) = ٧٥°
رتب أطوال أضلاع المثلث تنازلياً

****

الفكرة الثانية :-

(١) فى الشكل المقابل :
$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ،
ق (∠ س أ ب) = ٥٠° ،
ق (∠ ص أ حـ) = ٨٠°
أثبت أن أ ب > أ حـ

---

(٢) فى الشكل المقابل :
$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ،
ق (∠ ء أ حـ) = ٥٠° ،
ق (∠ أ ب حـ) = ٧٠°
أثبت أن أ حـ > أ ب

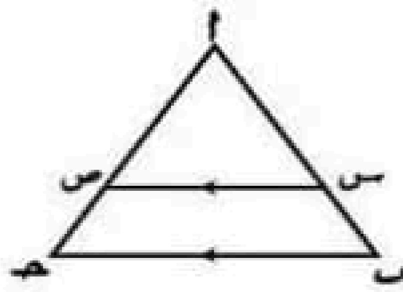
---

(٣) فى الشكل المقابل :
$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ،
ق (∠ ب أ حـ) = ٨٠° ،
ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠°
برهن أن ب حـ > أ حـ

---

(٤) فى الشكل المقابل :
$\overleftarrow{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{حـ ب}}$ ،
ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° ،
ق (∠ ء أ ب) = ٤٠°
أثبت أن أ ب > أ حـ

(٥) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه

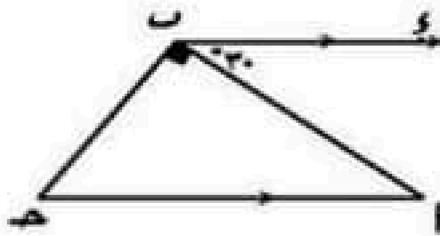
أ ب > أ حـ ،

$\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن ق (∠ أ ص س) > ق (∠ أ س ص)

---

(٦) فى الشكل المقابل :



△ أ ب حـ فيه $\overrightarrow{\text{ب ء}}$ // $\overline{\text{حـ أ}}$ ،

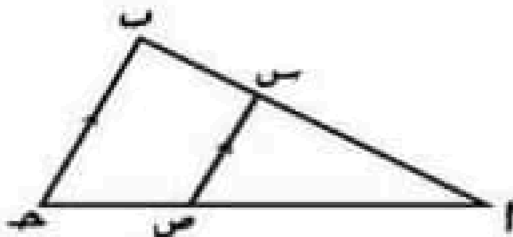
ق (∠ ء ب أ) = ٣٠° ،

ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

برهن أن أ ب > ب حـ

---

(٧) فى الشكل المقابل :

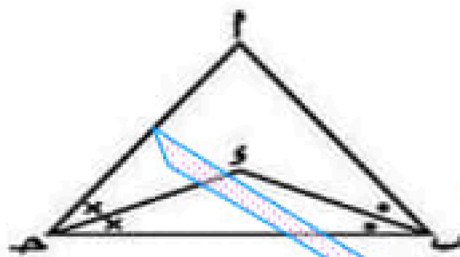


أ ب > ب حـ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن أ س > س ص

****

(٨) فى الشكل المقابل :



△ أ ب حـ فيه $\overrightarrow{\text{ب ء}}$ ينصف (∠ أ ب حـ) ،

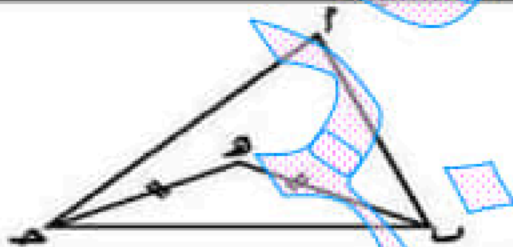
$\overrightarrow{\text{حـ ء}}$ ينصف (∠ أ حـ ب)

فإذا كان أ حـ > أ ب

أثبت أن ق (∠ ء ب حـ) > ق (∠ ء حـ ب)

---

(٩) فى الشكل المقابل :



أ حـ > أ ب ، هـ ب = هـ حـ

أثبت أن

ق (∠ أ ب هـ) > ق (∠ أ حـ هـ)



(أ) أكمل ما يلى :

١- أصغر زوايا المثلث في القياس يقابلها.............

٢- في △ أ ب جـ ، إذا كان ق (ب) = ٧٠° ، ق (جـ) = ٣٠° فإن أكبر الأضلاع طولاً هو.........

٣- إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوي الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث =.......سم

٤- △ س ص ع قائم الزاوية فى س فإن .... هو أكبر الأضلاع طولاً

٥- فى المثلث القائم الزاوية .... هو أكبر الأضلاع طولاً

٦- فى △ س ص ع ، إذا كان ق (س) = ١٠٠° فإن .... هو أكبر الأضلاع طولاً

٧- △ أب جـ فيه ، اب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم فإن أجـ ∋].......،.......[

٨- إذا أختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله ....

٩- إذا أختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس تقابلها ....

١٠- فى △ أب جـ إذا كان ، اب > اجـ فإن ، ق (جـ) > ق (.......)

١١- إذا كان ، أ > ب ، جـ > د فإن ب+ د .... أ + جـ

١٢- △ د هـ و ، منفرج الزاوية فى د فإن أطول أضلاعه طولاً هو ....

١٣- فى △ أ ب جـ ، ق (أ) = ٥٠° ، ق (ب) = ٦٠° فإن أكبر الأضلاع طولاً هو.........

١٤- مثلث متساوى الساقين طول ضلعين فيه ٥ ، ١١ سم فإن محيطه=.........سم

١٥- إذا كانت س ، ٣ ، ٥ سم أطوال أضلاع مثلث فإن ....> س > ....

١٦- فى △س ص ع ، س ص > ص ع فإن ، ق (س)......... ق (ع)

١٧- أقصر بعد بين مستقيم معلوم ونقطة خارجة عنه هو...........

١٨- المثلث الذى أطوال أضلاعه ٢ سم ، (س+ ٣) سم ، ٥ سم يكون متساوى الساقين عندما س =......سم

(ب) أختر الأجابة الصحيحة

١- أى مجموعة من المجموعات الآتية يمكن أن تكون أضلاع مثلث ....

([٥ ، ٥ ، ١٠] ، [٢ ، ٣ ، ٥] ، [٦ ، ٥ ، ١٠] ، [٤ ، ٥ ، ١٠])

٢- فى △ س ص ع ، إذا كان ق (ص) > ق (ع) فإن : س ص ... س ع (< ، > ، = ، ≤)

٣- إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٤ سم ، ٨ سم فإن طول الضلع الثالث...سم

(٤ ، ٨ ، ١٢ ، ٣)

٤- إذا كانت ٦ ، ١٠ ، س تكون أضلاع مثلث فإن س=..... (٣ ، ٤ ، ١٢ ، ١٦)

٥- إذا كانت س − ع < ص − ع فإن ، س......ع (< ، > ، ≤ ، ≥)

٦- الأطوال ٢س−٣ ، س+ ٥ ، ٧ تصلح أن تكون أضلاع مثلث متساوي الساقين إذا كانت س=....سم (٢ ، ٥ ، ٧ ، ١)

٧- في △ س ص ع : ق(∠ص) = ٧٠° ، ق(∠ع) = ٥٥° فإن : س ص ....ص ع (< ، ≤ ، > ، ≥)

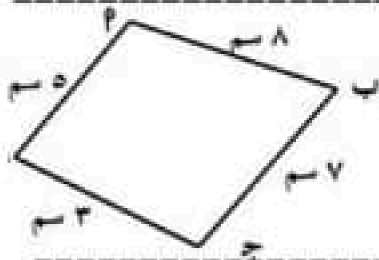
٨- المجموعة التي يمكن أن تكون أطوال أضلاع مثلث هي.........
([٢ ، ٣ ، ٥] ، [٣ ، ٤ ، ٥] ، [٢ ، ٤ ، ٧] ، [١ ، ٣ ، ٤])

٩- الأعداد ٣ ، ٦ ، .... لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث (٨ ، ٧ ، ٥ ، ١١)

١٠- في △ أ ب جـ : تكون أ ب......أ جـ + ب جـ (< ، ≤ ، > ، ≥)

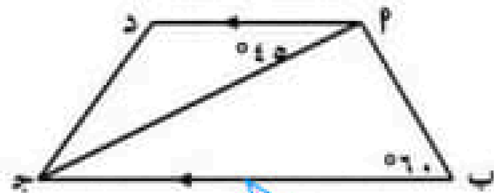
==

(٣) في الشكل المقابل : أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ٧ سم
أ د = ٥ سم ، د جـ = ٣ سم ..إثبت أن :
ق(∠أ د جـ) > ق(∠أ ب جـ)



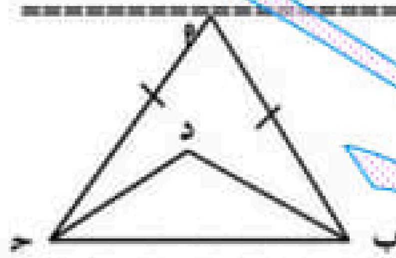
==

(٤) في الشكل المقابل :
$\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق(∠ب)= ٦٠°
ق(∠د أ جـ) = ٤٥° ...إثبت أن ، ب جـ > أ جـ



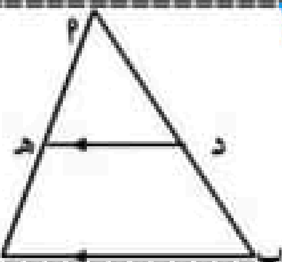
==

(٥) في الشكل المقابل :
△ أ ب جـ فيه : أ ب = أ جـ
د ب > د جـ ...إثبت أن : ق(∠أ ب د) > ق(∠أ جـ د)



==

(٦) في الشكل المقابل :
△ أ ب جـ فيه : أ ب > أ جـ
$\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ..إثبت أن : أ هـ > أ د



==

(٧) △ أ ب جـ فيه ، أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ،أ جـ = ١٠سم ..رتب قياسات زوايا المثلث تصاعدياً

تمت بحمد الله تعالى وتوفيقه .... ستكون الأفضل ...إذا قدمت الأحسن .

تمارين على المثلث المتساوي الساقين ومتوسطات المثلث

أولا : أكمل ما يأتي:

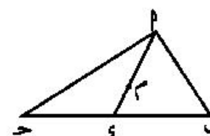
[١] (أ) في المثلث أ ب جـ إذا كانت نقطة س منتصف ب جـ فإن أ س تسمى ....

(ب) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا ......

(جـ) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها من جهة القاعدة بنسبة ..... : .....

(د) النقطة التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة هي نقطة ....

(هـ) في الشكل المقابل :



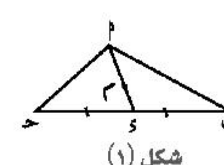
إذا كانت م نقطة تلاقي المتوسطات في Δ أ ب جـ فإن :

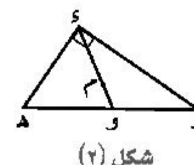
أولا : ب د = ... ب جـ

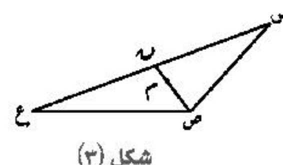
ثانيا : أ م = ... م د   ثالثا : أ م = ... أ د

[٢] في كل من الأشكال الآتية :

م نقطة تلاقي المتوسطات في المثلث المعطى :


شكل (١)


شكل (٢)

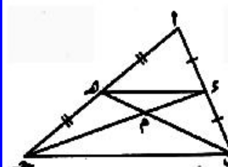

شكل (٣)

(أ) شكل (١) : إذا كان أ م = ٢ سم فإن م د = ... سم

(ب) شكل (٢) : إذا كان م و = ١,٥ سم فإن د و = ... سم

(جـ) شكل (٣) : إذا كان ص ل = ٦ سم فإن ص م = ... سم

[٣] في الشكل المقابل :



(أ) إذا كان د هـ = ٣ سم فإن ب جـ = ... سم

(ب) إذا كان جـ د = ٤,٥ سم فإن جـ م = ... سم

(جـ) إذا كان م هـ = ١,٢ سم فإن ب هـ = ... سم

أولاً: إجابة تمارين أكمل:

[١] (أ) متوسط المثلث

(ب) في نقطة واحدة

(جـ) بنسبة ١ : ٢

(د) تقاطع المتوسطات

(هـ) أولاً : ب د = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

ثانياً: أ م = ٢ م د   ثالثاً: أ م = $\frac{٢}{٣}$ أ د

[٢] (أ) م د = $\frac{١}{٢}$ أ م = ١ سم

(ب) د و = ٣ م و = ٣×١,٥ = ٤,٥سم

(جـ) ص م = $\frac{٢}{٣}$ ص ل = $\frac{٢}{٣}$ × ٦ = ٤ سم

[٣] جـ د ، ب هـ متوسطان ∴ م نقطة تلاقي المتوسطات

(أ) د، هـ منتصفي أ ب ، أ جـ ⇐ ب جـ = ٢ د هـ = ٢×٣ = ٦سم

(ب) جـ م = $\frac{٢}{٣}$ جـ د = $\frac{٢}{٣}$ × ٤,٥ = ٣ سم

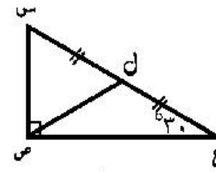
(جـ) ب هـ = ٣ م هـ = ٣ × ١,٢ = ٣,٦ سم

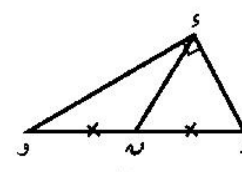
[٤] (أ) طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة يساوى ....

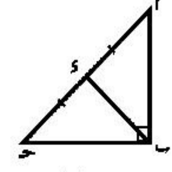
(ب) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن ....

(جـ) الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية طوله يساوى ......

[٥] فى كل من الأشكال الآتية :


شكل (٣)


شكل (٢)


شكل (١)

(أ) فى شكل (١) : إذا كان أ جـ = ٨ سم فإن ب ء = ... سم

(ب) فى شكل (٢) : إذا كان ء ن = ٣ سم فإن هـ ن = ... سم

(جـ) فى شكل (٣) : إذا كان س ص = ٣,٥ سم فإن ص ل = ... سم

[٦] فى الشكل المقابل :

$\overline{س ن}$ ، $\overline{ص ل}$ متوسطان ،

ق(∠ع س ل) = ٩٠° ، ع ل = ١٢ سم ،

س ل = ٨ سم ، م ل = ٦ سم

(أ) س ن = ... سم (ب) ص ن = ... سم

(جـ) م ص = ... سم (ء) ص ل = ... سم

[٧] (أ) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ....

(ب) قياس أى زاوية من زوايا المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

(جـ) إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان ......

(ء) فى أى مثلث إذا تساوت زواياه فى القياس تساوت ....

[٤] (أ) نصف طول وتر المثلث

(ب) المثلث قائم الزاوية

(ج) نصف طول وتر المثلث

[٥] (أ) ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤ سم

(ب) هـ ن = $\frac{١}{٢}$ هـ و = ء ن = ٣ سم

(ج) ص ل = $\frac{١}{٢}$ س ع = س ص = ٣,٥ سم

[٦] (أ) س ن = $\frac{١}{٢}$ ع ل = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ = ٦ سم

(ب) ص، ن منتصفى $\overline{ع س}$، $\overline{ع ل}$ ⟸ ص ن = $\frac{١}{٢}$ س ل = ٤سم

(ج) ص م = $\frac{١}{٢}$ م ل = $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣ سم

(د) ص ل = $\frac{٣}{٢}$ م ل = $\frac{٣}{٢}$ × ٦ = ٩ سم

[٧] (أ) متساويتان فى القياس (متطابقتين)

(ب) قياسها = ٦٠°

(ج) متساويان فى الطول (متطابقين)

(د) أطوال أضلاعه

[٧]

(هـ) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث المتساوي الساقين ٦٠° فإن المثلث يكون ......

(و) محور تماثل قطعة مستقيمة هو ....

(ز) محور التماثل في المثلث المتساوي الساقين هو ....

(ح) العمود الساقط من رأس المثلث المتساوي الساقين على القاعدة ينصف ....

(ط) الشعاع الساقط من رأس المثلث المتساوي الساقين مارا بمنتصف القاعدة يكون .....

(ك) المستقيم المنصف لزاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين يكون ....

(ل) إذا كان أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع فإن ق(∠ب) = ... °

[٨]

(أ) إذا كان س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص وكان س ص = ص ع فإن
ق(∠س) = ... °

(ب) أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه أ ب = أ جـ ، ق(∠أ) = ١١٠°
فإن ق(∠ب) = ... °

(جـ) مثلث متساوي الساقين وقياس إحدى زاويتي القاعدة = ٦٥° فإن قياس زاوية الرأس
في المثلث تساوي .... °

(د) س ص ع مثلث متساوي الساقين حيث س ص = س ع ، إذا كانت
ق(∠س) = ٨٠° ، فإن ق(∠ص) = ... °

(هـ) في المثلث أ ب جـ إذا كان $\overline{أب} \perp \overline{بجـ}$ ، أ ب = ب جـ ، فإن ق(∠أ) = ... °

---

[٧] (هـ) متساوي الأضلاع

(و) المستقيم العمودي عليها من منتصفها

(ز) الشعاع الساقط من رأس المثلث ماراً بمنتصف القاعدة

(ع) زاوية رأس المثلث

(ط) محور تماثل المثلث

(ك) عمودي على القاعدة وينصفها

(ل) ق(∠ب) = ٦٠°

[٨] (أ) ق(∠س) = ق(∠ع) = $\frac{١٨٠ - ٩٠}{٢}$ = ٤٥°

(ب) ق(∠ب) = ق(∠جـ) = $\frac{١٨٠ - ١١٠}{٢}$ = ٣٥°

(ج) ق(∠الرأس) = ١٨٠ − [٦٥ + ٦٥] = ٥٠°

(د) ق(∠ص) = ق(∠ع) = $\frac{١٨٠ - ٨٠}{٢}$ = ٥٠°

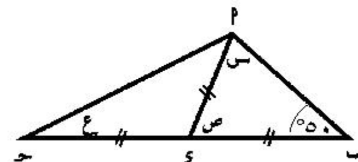
(هـ) ق(∠أ) = ق(∠جـ) = $\frac{١٨٠ - ٩٠}{٢}$ = ٤٥°

[٩] فى الشكل المقابل :

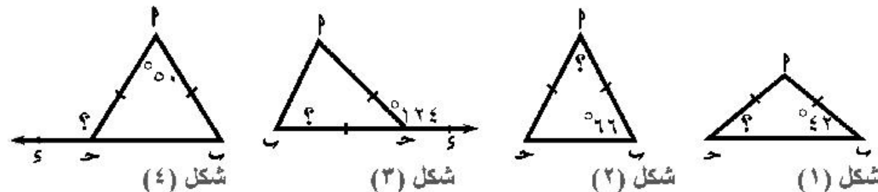
(أ) ق(∠س) = ... °

(ب) ق(∠ص) = ... °

(جـ) ق(∠ع) = ... °



[١٠] أكمل باستخدام المعطيات الموجودة بكل شكل مما يأتي :



ق(∠جـ) = ... ° ق(∠أ) = ... ° ق(∠ب) = ... ° ق(∠أجـ ء) = ... °

ثانيا : أختر الإجابة الصحيحة

(١) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب جـ ، ء منتصف $\overline{ب جـ}$ فإن أ ء يساوى
(أ) ٢ أ م (ب) $\frac{٢}{٣}$ م ء (جـ) $\frac{٣}{٢}$ أ م (ء) ٤ م ء

(٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ...... من جهة الرأس
(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٣ : ١ (ء) ٣ : ٢

(٣) إذا كانت م نقطة تلاقى المتوسطات فى Δ أ ب جـ وكان $\overline{أ ء}$ متوسط طوله ٦سم
فإن أ م يساوى :
(أ) ١ سم (ب) ٢ سم (جـ) ٣ سم (ء) ٤ سم

(٤) مستطيل تقاطع قطراه فى م ، طول قطره ٦ سم فإن طول المتوسط $\overline{أ م}$ يساوى
(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٦ سم (ء) ١٢ سم

(٥) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع تساوى :
(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (ء) ١٢٠°

[٩] Δ أ ب ء فيه ء أ = ء ب ∴ ق(∠ب) = ق(∠س) = ٥٠°

Δ أ ب ء فيه ∴ ق(∠ص) = ١٨٠ ـ [٥٠+٥٠] = ٨٠°

Δ أ جـ ء فيه ء أ = ء جـ ∴ ق(∠ع) = $\frac{٨٠}{٢}$ = ٤٠°

[١٠] أ ب = أ جـ ∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٤٢°

أ ب = أ جـ ∴ ق(∠أ) = ١٨٠ ـ [٦٦+٦٦] = ٤٨°

جـ أ = جـ ب ∴ ق(∠ب) = ق(∠أ) = $\frac{١٢٤}{٢}$ = ٦٢°

ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٦٥° ∴ ق(∠أ جـ ء) = ١١٥°

إجابة أسئلة إختر

(١) أ ء = $\frac{٣}{٢}$ أ م

(٢) نسبة ٢ : ١ من جهة الرأس

(٣) أ م = $\frac{٢}{٣}$ أ ء = $\frac{٢}{٣}$ × ٦ = ٤ سم

(٤) أ م = $\frac{١}{٢}$ أ جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣ سم

(٥) = ١٢٠°

(٦) إذا كان قياس زاوية رأس المثلث المتساوى الساقين ٥٠° فإن قياس كل من زاويتى القاعدة تساوى :

(أ) ٤٠° (ب) ٦٥° (جـ) ٧٠° (د) ١٣٠°

(٧) إذا كان قياس أحدى زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين تساوى ٤٠° فإن قياس زاوية الرأس تساوى :

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

(٨) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين :

(أ) متتامتان (ب) متكاملتان (جـ) متطابقتان (د) مستقيمتان

(٩) محور تماثل القطعة المستقيمة هو مستقيم :

(أ) يوازى القطعة المستقيمة (ب) عمودى على القطعة المستقيمة
(جـ) ينصف القطعة المستقيمة (د) عمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها

(١٠) إذا كان أس = ب س ، أص = ب ص فإن $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ...... $\overline{\text{أ ب}}$

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) = (د) ≡

(١١) إذا كانت أ تقع على محور تماثل $\overline{\text{س ص}}$ فإن $\overline{\text{أ س}}$ ...... $\overline{\text{أ ص}}$

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) = (د) ≡

(١٢) الشكل الرباعي أ ب جـ ء الذى فيه $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ محور تماثل $\overline{\text{أ جـ}}$ يمكن أن يكون:

(أ) معينا (ب) مستطيلا (جـ) متوازى أضلاع (د) شبه منحرف

(١٣) إذا كان أ س = أ ص ، ب س = ب ص حيث س ، ص فى جهتين مختلفتين من $\overline{\text{أ ب}}$ فإن $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ...... $\overline{\text{أ ب}}$.

(أ) ⊥ (ب) // (جـ) = (د) ≡

---

(٦) تساوى = $\frac{١٨٠ - ٥٠}{٢} = \frac{١٣٠}{٢} =$ ٦٥°

(٧) قياس زاوية الرأس = ١٨٠ - [٤٠ + ٤٠] = ١٠٠°

(٨) متطابقتان

(٩) عمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها

(١٠) $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

(١١) أ س ≡ أ ص

(١٢) معين

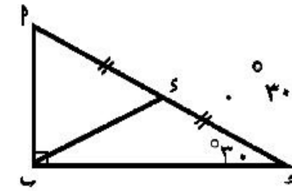
(١٣) $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

ثالثاً : اسئلة انتاج الإجابة

(١) فى الشكل المقابل :

ق(∠أ ب حـ) = ٩٠° ، ء منتصف أحـ ، ق(∠ حـ) = ٣٠° .

اثبت ان ∆ أ ب ء متساوى الأضلاع .



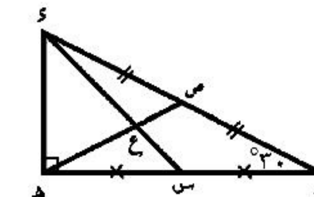
(٢) فى الشكل المقابل :

ق(∠ ء هـ و) = ٩٠° ، س ، ص منتصفا

هـ و ، ء و على الترتيب ، ق(∠ و) = ٣٠° ،

ء و = ١٢ سم ، س ع = ٢,٥ سم

أوجد محيط المثلث ء هـ ع .



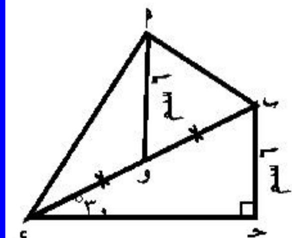
(٣) فى الشكل المقابل :

ق(∠ حـ) = ٩٠° ، أ و متوسط فى ∆ أ ب ء

ق(∠ ب ء حـ) = ٣٠° ، ب حـ = أ و = ٦ سم

اولا : أوجد طول ب ء

ثانيا : اثبت أن ق(∠ ب أ ء) = ٩٠°

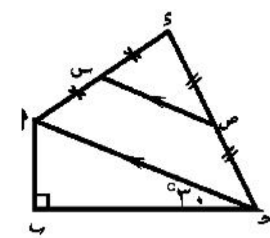


(٤) فى الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠°

ص ، س منتصفا ء حـ ، أ ء على الترتيب .

اثبت أن س ص = أ ب



إجابة أسئلة انتاج الأجابة:

(١) أ ب حـ ∆ قائم فى ب، ب ء متوسط ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ

∆ أ ب حـ قائم فى ب ، ق(∠ حـ) = ٣٠° ∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ

⇐ ب ء = أ ب = أ ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ

∴ ∆ أ ب ء متساوى الأضلاع

(٢) ∆ ء هـ و قائم ، ق(∠ و) = ٣٠° ∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ء و = ٦ سم

ء هـ و ∆ قائم فى هـ، هـ ص متوسط ∴ هـ ص = $\frac{1}{2}$ ء و = ٦ سم

ع نقطة تلاقى المتوسطات ∴ هـ ع = $\frac{2}{3}$ هـ ص = ٤ سم

ع نقطة تلاقى المتوسطات ∴ ء ع = ٢ س ع = ٥ سم

محيط ∆ ء هـ ع = ٦ + ٤ + ٥ = ١٥ سم

(٣) ∆ ء ب حـ قائم الزاوية فى حـ ، ق(∠ ء) = ٣٠°

∴ ب ء = ٢ ب حـ = ١٢ سم

∆ أ ء ب فيه أ و متوسط = ٦ سم = $\frac{1}{2}$ ب ء

∴ ∆ أ ء ب قائم الزاوية فى أ

(٤) أ ب حـ ∆ قائم فى ب، ق(∠ حـ) = ٣٠° ∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ

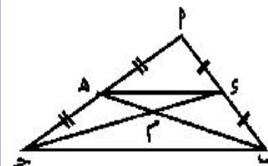
∆ ء أ حـ فيه س ، ص منتصفى ء أ ، ء حـ

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ ∴ س ص = أ ب

(٦) فى الشكل المقابل :

ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب ، ب حـ = ١٠ سم ،

م ب = ٥ سم ، م حـ = ٦ سم أوجد محيط المثلث م ء هـ .



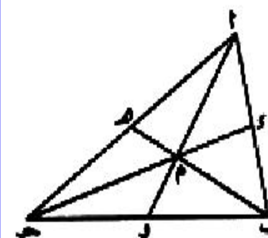
(٧) فى الشكل المقابل :

إذا كانت م نقطة تلاقى المتوسطات

فى المثلث أ ب حـ حيث :

ب هـ = ٦ سم ، حـ ء = ٩ سم ،

ب و = ٣,٥ سم . أوجد محيط المثلث م ب حـ .



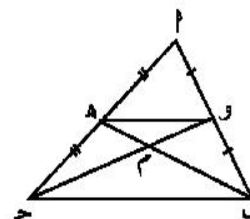
(٨) فى الشكل المقابل :

و ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$

فى المثلث أ ب حـ حيث :

ب م = ٥ سم ، حـ م = ٦ سم ،

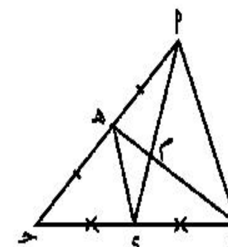
ب حـ = ٨ سم . أوجد محيط المثلث م هـ و.



(٩) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : م هـ = ٢ سم ، م ء = ٣ سم ،

ء هـ = ٤ سم . أوجد محيط المثلث م أ ب .



(٦) Δ أ ب حـ فيه ء، هـ منتصفى $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$

∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م هـ = $\frac{1}{2}$ م ب = ٢,٥ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م ء = $\frac{1}{2}$ م حـ = ٣ سم

محيط Δ م ء هـ = ٥ + ٢,٥ + ٣ = ١٠,٥ سم

(٧) م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م ب = $\frac{2}{3}$ ب هـ = ٤ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م حـ = $\frac{2}{3}$ حـ ء = ٦ سم

، ب حـ = ٧ سم ⟸ محيط Δ م ب حـ = ٤ + ٦ + ٧ = ١٧ سم

(٨) Δ أ ب حـ فيه و، هـ منتصفى $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$

∴ و هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ٨ = ٤ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م هـ = $\frac{1}{2}$ م ب = ٢,٥ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م ء = $\frac{1}{2}$ م حـ = ٣ سم

محيط Δ م ء هـ = ٤ + ٢,٥ + ٣ = ٩,٥ سم

(٩) ∴ أ ب = ٢ ء هـ = ٢ × ٤ = ٨ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م ب = ٢ م هـ = ٤ سم

م نقطة تلاقى المتوسطات ∴ م أ = ٢ م ء = ٦ سم

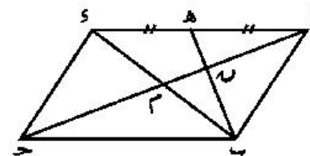
محيط Δ م أ ب = ٨ + ٤ + ٦ = ١٨ سم

(١٠) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه

فى م ، هـ منتصف $\overline{أء}$ ، $\overline{ب هـ} \cap \overline{أ حـ}$ = {ن}

أثبت أن : أ ن = $\frac{1}{3}$ أ حـ .

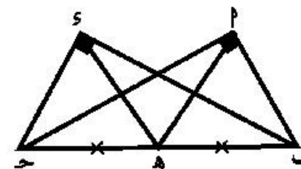


(١١) فى الشكل المقابل :

ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ ب ء حـ) = ٩٠° ،

هـ منتصف $\overline{ب حـ}$.

أثبت أن : أ هـ = ء هـ .

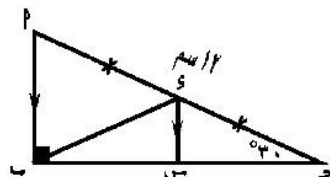


(١٢) فى الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، ق(∠ حـ) = ٣٠° ،

ء منتصف $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ء س}$ // $\overline{أ ب}$ ، أ حـ = ١٢ سم

أوجد طول كلٍ من : $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ب أ}$ ، $\overline{ء س}$

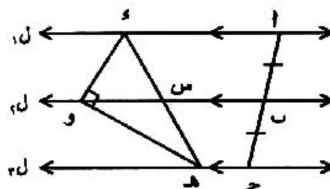


(١٣) فى الشكل المقابل :

ل١ // ل٢ // ل٣ ، أ ب = ب حـ ،

ق(∠ ء و هـ) = ٩٠° .

اثبت أن : و س = $\frac{1}{2}$ ء هـ



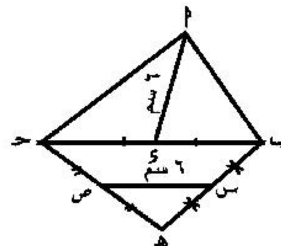
(١٤) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ متوسط فى المثلث أ ب حـ ، س ، ص منتصفا

$\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ هـ}$ على الترتيب ،

أ ء = س ص = ٦ سم .

اثبت ان ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠° .



(١٠) $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{أ م}$ متوسطان للمثلث أ ب ء

$\overline{ب هـ} \cap \overline{أ م}$ = {ن} ∴ ن نقطة تلاقى المتوسطات

∴ أ ن = $\frac{2}{3}$ أ م = $\frac{1}{3}$ أ حـ

(١١) Δ أ ب حـ قائم فى أ ، $\overline{أ هـ}$ متوسط ∴ أ هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

Δ ء ب حـ قائم فى ء ، $\overline{ء هـ}$ متوسط ∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ أ هـ = ء هـ

(١٢) Δ أ ب حـ قائم فى ب ، ق(∠ حـ) = ٣٠° ∴ أ ب = ٦ سم

Δ أ ب حـ قائم فى ب ، $\overline{ب ء}$ متوسط ∴ ب ء = ٦ سم

Δ ء أ حـ فيه ء ، س منتصفى $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب حـ}$

∴ ء س = $\frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم

(١٣) $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب س}$ // $\overline{حـ هـ}$ ، ب منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ س منتصف $\overline{ء هـ}$

Δ و ء هـ قائم فى و ، $\overline{و س}$ متوسط ∴ و س = $\frac{1}{2}$ ء هـ

(١٤) Δ هـ ب حـ فيه س ، ص منتصفى $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{هـ حـ}$

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ ب حـ ∴ ب حـ = ٢ × ٦ = ١٢ سم

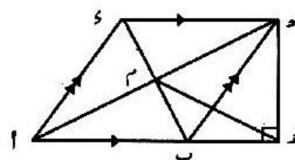
Δ أ ب حـ ، $\overline{أ ء}$ متوسط ∴ أ ء = ٦ سم = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°

تمارين متنوعة وحلولاها فى الهندسة الصف الثانى الاعدادى / الترم الأول (٩) منتدى توجيه الرياضيات / أ عادل إدوار

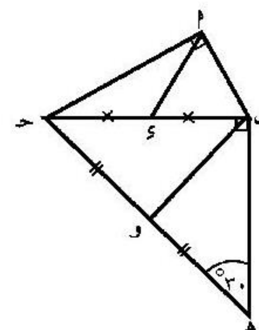
(١٥) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، م نقطة تقاطع قطريه ،
$\overline{\text{حـ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ بحيث $\overline{\text{حـ هـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = {هـ} ،
ق(∠ ء حـ أ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٨ سم .
أثبت أن △ حـ هـ م متساوى الأضلاع ،
وأوجد محيطه .



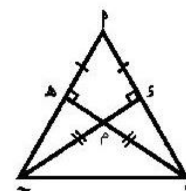
(١٦) فى الشكل المقابل :

ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ حـ ب هـ) = ٩٠°
ق(∠ ب هـ حـ) = ٣٠° ، د ، و
منتصفا $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ هـ}}$ على الترتيب .
أثبت أن : أ ء = ½ ب و .



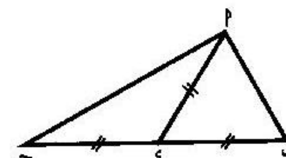
(١٧) فى الشكل المقابل :

أ ء = أ هـ ، ب هـ = حـ ء ، $\overline{\text{ء حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب هـ}}$ = {م}
ق(∠ أ ء حـ) = ق(∠ أ هـ ب) = ٩٠°
أثبت أن : ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ حـ ب)



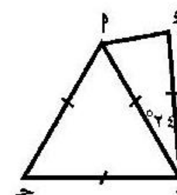
(١٨) فى الشكل المقابل :

ء أ = ء ب = ء حـ .
أثبت أن : ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°



(١٩) فى الشكل المقابل :

أ حـ ب ء شكل رباعى فيه
أ ب = ب حـ = حـ أ = ب ء ،
ق(∠ أ ب ء) = ٢٤° . أوجد ق(∠ حـ أ ء)



(١٥) أ ب حـ ء ▱ ∴ ق(∠ ء حـ أ) = ق(∠ حـ أ هـ) = ٣٠°
△ حـ هـ أ قائم فى هـ ، ق(∠ أ) = ٣٠° ∴ حـ هـ = ½ × ١٨
حـ هـ أ △ قائم فى هـ ، $\overline{\text{هـ م}}$ متوسط ∴ هـ م = ½ × ١٨
∴ حـ هـ = م هـ = م حـ = ٩ سم
∴ △ حـ هـ م متساوى الأضلاع محيطه = ٩+٩+٩=٢٧سم

(١٦) △ ب حـ هـ قائم فى ب ، ق(∠ هـ) = ٣٠° ∴ ب حـ = ½ حـ هـ
△ حـ ب هـ قائم فى ب ، $\overline{\text{ب و}}$ متوسط ∴ ب و = ½ حـ هـ
∴ ب حـ = ب و
△ أ ب حـ قائم فى أ ، $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط ∴ أ ء = ½ ب حـ = ½ ب و

(١٧) $\overline{\text{ب حـ}}$ مشترك ، ب هـ = حـ ء ، ق(∠ ء) = ق(∠ هـ) = ٩٠°
△ ب ء حـ ≡ △ حـ هـ ب ∴ ق(∠ ء ب حـ) = ق(∠ هـ حـ ب)

(١٨) △ أ ب حـ ، $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط ∴ أ ء = ½ ب حـ
∴ △ ب أ حـ قائم الزاوية فى أ ∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°

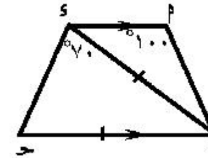
(١٩) △ أ ب حـ متساوى الأضلاع ∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٦٠°
△ أ ب ء فيه ب ء = ب أ △ متساوى الساقين
∴ ق(∠ ب أ ء) = $\frac{١٨٠ - ٢٤}{٢}$ = ٧٨°
∴ ق(∠ حـ أ ء) = ٦٠ + ٧٨ = ١٣٨°

(٢٠) فى الشكل المقابل :

أ د // ب ح ، ق(∠ب أ د) = ١٠٠° ،

ق(∠د ب ح) = ٧٠° ، ب د = ب ح .

أثبت أن المثلث أ ب د متساوى الساقين .

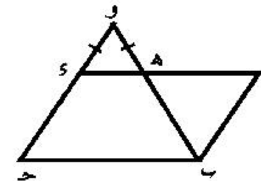


(٢١) فى الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازى أضلاع هـ ∈ أ د ،

ب هـ ∩ ح د = {و} بحيث هـ و = د و

أثبت أن : Δ أ ب هـ متساوى الساقين .

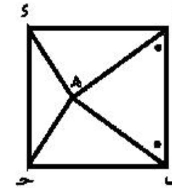


(٢٢) فى الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع ، هـ نقطة داخله بحيث

ق(∠هـ أ ب) = ق(∠هـ ب أ) .

أثبت أن Δ هـ ح د متساوى الساقين .



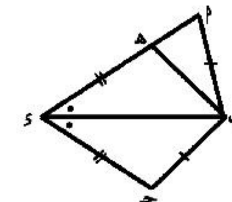
(٢٣) فى الشكل المقابل :

ب أ = ب ح ، د هـ = د ح ،

د ب منصف ∠أ د ح .

أثبت أن :

ق(∠أ) + ق(∠ح) = ١٨٠°



(٢٠) Δ أ ب ح فيه ب د = ب ح متساوى الساقين

∴ ق(∠ب د ح) = ق(∠ح) = ٧٠°

∴ ق(∠ح ب د) = ١٨٠ − [٧٠ + ٧٠] = ٤٠°

أ د // ب ح ∴ ق(∠د ب ح) = ق(∠أ د ب) = ٤٠°

∴ ق(∠أ ب د) = ١٨٠ − [١٠٠ + ٤٠] = ٤٠°

∴ ق(∠أ ب د) = ق(∠أ د ب) Δ أ ب د متساوى الساقين

(٢١) Δ و هـ د فيه و هـ = و د متساوى الساقين

∴ ق(∠و هـ د) = ق(∠و د هـ)

د هـ // ب ح ∴ ق(∠و د هـ) = ق(∠ح) (١)

د هـ // ب ح ∴ ق(∠و هـ د) = ق(∠و ب ح) (٢)

∴ ق(∠و ب ح) = ق(∠و ح ب) Δ أ ب ح متساوى الساقين

(٢٢) ق(∠هـ أ ب) = ق(∠هـ ب أ) ∴ أ هـ = ب هـ (١)

∴ ق(∠هـ أ د) = ق(∠هـ ب ح) متممات زوايا متساوية (٢)

أ د = ب ح (٣) من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ Δ أ هـ د ≡ Δ ب هـ ح وينتج أن هـ د = هـ ح

(٢٣) ب د منصف ∠ د ∴ ق(∠ب د هـ) = ق(∠ب د ح)

Δ هـ د ب ≡ Δ ح د ب وينتج أن ب هـ = ب ح

∴ ب هـ = ب أ ∴ ق(∠أ) = ق(∠ب هـ أ)

∴ ق(∠أ) + ق(∠ح)

= ق(∠ب هـ أ) + ق(∠ب هـ د) = ١٨٠°

1-متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المرسومة من أي رأس من رؤوسه إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .

2- متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في نقطة واحدة .

3- عدد متوسطات اي مثلث ٣ متوسطات.

4- نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١: ٢ من جهة القاعدة ، أو ٢ : ١ من جهة الرأس .

5- النقطة التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ١: ٢ من جهة القاعدة هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث .

6- طول متوسط المثلث الخارج من رأس القائمة في المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر.

7- إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة .

8- طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠ ° في المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر.

9- زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين متطابقتان .

10- إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فان زواياه تكون متطابقة وقياس كل منها ٦٠° .

11- إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوي الأضلاع.

12- إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقتين ويكون المثلث متساوي الساقين .

13- المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه ٦٠ ° يكون متساوي الأضلاع .

14- متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس يُنصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة .

15- منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها .

16- المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلا من القاعدة وزاوية الرأس .

17- محور تماثل المثلث المتساوي الساقين هو المستقيم المرسوم من رأسه عمودياً على قاعدته.

18- المثلث المتساوي الساقين له محور تماثل واحد فقط ، المثلث المتساوي الأضلاع له ٣ محاور تماثل، المثلث المختلف الأضلاع ليس له محاور تماثل .

19- محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها.

20- أي نقطة على محور تماثل قطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها.

21- إذا كان هناك نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع على محور تماثل قطعة مستقيمة .

22- إذا كان P > ب ، ب > ج فان P > ج .

23- إذا كان P > ب ، ج > د فان P + ج > ب + د.

24- قياس أي زاوية خارجة عن المثلث أكبر من قياس أي زاوية داخلة عدا المجاورة لها .

25- إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأخر.

26- أكبر زوايا المثلث في القياس تقابل أكبر أضلاع المثلث طولا وقياسها أكبر من ٦٠° .

27- أصغر زوايا المثلث في القياس تقابل أصغر أضلاع المثلث طولا وقياسها أصغر من ٦٠° .

28- إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول من الذي يقابل الأخرى.

29- في المثلث القائم الزاوية يكون الوتر هو أطول أضلاع المثلث .

30- طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم أصغر من طول أي قطعة مستقيمة مرسومة من هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم .

31-بعد أي نقطة عن مستقيم معلوم هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم المعلوم .

32- في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث .

33- طول أي ضلع في مثلث أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين وأكبر من الفرق بينهما.

انتهى منهج الهندسة مع أطيب أمنياتنا للجميع بالنجاح والتفوق

مع تحيات مدرسة المغازي الإعدادية بنات

1- نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة او ٢:١ من جهة الرأس .

جهة الرأس = ٢ جهة القاعدة .

جهة الرأس = $\frac{2}{3}$ المتوسط كله

2- طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم الزاوية : نصف طول الوتر .

3- طول المتوسط الخارج من رأس القائمة نصف طول الوتر .

4- متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في نقطة واحدة ,

5-المثلث المتساوي الساقين الذي إحدى زواياه ٦٠°يكون متساوي الاضلاع .

6- متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس يُنصف زاوية الرأس ويكون عمودياً علي القاعدة.

7- اي نقطة من محور تماثل القطعة المستقيمة تكون علي بعدين متساوين من طرفها .

8- عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الاضلاع = 3 محاور تماثل ، وعدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين = محور واحد ، وعدد محاور تماثل المختلف الاضلاع = صفر .

9- منصف زاوية الرأس للمثلث المتساوي الساقين يكون عمودي علي القاعدة وينصفها .

10- زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متساويتان في القياس (متطابقتان)

11- المستقيم العمودي علي القطعة المستقيمة من منتصفها يسمي محور تماثل القطعة المستقيمة .

12- قياس اي زاوية خارجة عن مثلث = مجموع الزاويتان الداخليتان ماعدا المجاورة .

13- قياس اي زاوية من زوايا المثلث المتساوي الاضلاع = ٦٠°

14- قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الاضلاع ١٢٠°.

15- اذا اختلف زاويتان فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول .

16- اذا اختلفا طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول يقابله زاوية اكبر في القياس .

17- أكبر الاضلاع طولا في المثلث القائم الزاوية هو الوتر .

18- مجموع طولا اي ضلعين في مثلث > طول الضلع الثالث .

19- اي نقطة علي محور تماثل قطعة مستقيمة تكون علي بعدين متساويين من طرفيها .

20- كل من زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين حادة .

21- المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوي الساقين عمودياً علي القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس.

14- قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الاضلاع ١٢٠°.

15- اذا اختلف زاويتان فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول .

16- اذا اختلفا طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول يقابله زاوية اكبر في القياس .

17- أكبر الاضلاع طولا في المثلث القائم الزاوية هو الوتر .

18- مجموع طولا اي ضلعين في مثلث > طول الضلع الثالث .

19- اي نقطة علي محور تماثل قطعة مستقيمة تكون علي بعدين متساويين من طرفيها .

20- كل من زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين حادة .

21- المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوي الساقين عمودياً علي القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس.

١ متوسطات المثلث

(١) أكمل ما يأتى بالاجابة الصحيحة

(١) متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المرسومة من ....الى ....
(٢) عدد متوسطات المثلث ....
(٣) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا فى ....
(٤) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ....: .... من جهة القاعدة
بنسبة ....: .... من جهة الرأس
(٥) طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى ....الضلع الثالث
(٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ....من جهة القاعدة
(٧) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو ....
(٨) اذا كان : $\overline{اى}$ متوسط فى المثلث ابجـ ، م نقطة تقاطع متوسطاته وكان ام = ٦ ، فان : اى= ....
(٩) فى المثلث القائم الزاوية طول المتوسط الخارج من رأس القائمة يساوى ....
(١٠) فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوى ....
(١١) اذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فان زاوية الرأس تكون ....

(٢) أختر الاجابة الصحيحة

(١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ....من جهة الرأس
[٢:١ ، ٣:١ ، ٣:٢ ، ١:٢]

(٢) س ص ع مثلث فيه ا منتصف $\overline{س ص}$ ، فان $\overline{اع}$ يسمى ....[متوسط ، قاعدة ، وترا ، ارتفاعا]

(٣) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية = ...[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

(٤) ابجـ مثلث فيه م نقطة تقاطع متوسطاته ، $\overline{اس}$ متوسط ، اس = ١٢ سم ، فان ام = ...
[١٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦]

(٥) ابجـ مثلث فيه م نقطة تقاطع متوسطاته ، $\overline{اى}$ متوسط فان : ام = ... مى
[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٢]

(٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ....من جهة الرأس
[٢:١ ، ٣:١ ، ٣:٢ ، ١:٢]

(٧) طول المتوسط المرسوم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية = ...طول الوتر [٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$]

(٨) اذا كان : $\overline{اى}$ متوسط فى Δابجـ ، م نقطة تقاطع متوسطاته ، اى= ١٢ سم فان : مى= ....
[٣ سم ، ٤ سم ، ٨ سم ، ٦ سم]

(٩) اذا كانت : م نقطة تلاقى متوسطات المثلث ابجـ وكان : $\overline{اى}$ متوسط طوله ٩ سم فان : ام = ...
[٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦]

(١٠) اذا كانت : م نقطة تلاقى متوسطات المثلث أ ب جـ وكان : أ ء متوسط فان : أ ء = ...
[٢ م أ ، $\frac{٢}{٣}$ م أ ، $\frac{٣}{٢}$ م أ ، ٤ م أ]

(١١) فى المثلث أ ب جـ ، ق(∠ جـ) = ٦٠° ، ق(∠ ب) = ٩٠° ، أ جـ = ٨ سم ، فان : ب جـ = ...
[٤ ، ١٦ ، ١٠ ، ٦]

(١٢) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية = ...
[ضعف طول الوتر ، $\frac{١}{٢}$ طول الوتر ، طول الوتر ، مربع طول الوتر]

(١٣) طول المتوسط المرسوم من الزاوية التى قياسها ٩٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ......
[ضعف طول الوتر ، $\frac{١}{٢}$ طول الوتر ، طول الوتر ، مربع طول الوتر]

(١٤) فى المثلث القائم الزاوية طول الوتر يساوى ....طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠°
[نصف ، ثلث ، ضعف ، ربع]

(١٥) اذا كان : أ ء متوسط فى المثلث أ ب جـ ، م نقطة تقاطع متوسطاته فان : ء م = ... أ ء
[٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$]

(١٦) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٥ سم ، أ جـ = ١٠ سم ، فان : ق(∠ جـ) = ...
[٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥° ، ٩٠°]

(١٧) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ....من جهة القاعدة
[١:٢ ، ١:٣ ، ٢:٣ ، ٢:٤]

(١٨) ء هـ و مثلث قائم الزاوية فى هـ ، هـ م متوسط ، ء و = ١٠ سم فان : هـ م = ...
[٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠]

(١٩) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ء منتصف أ جـ فان : ب ء = ... [أ جـ ، $\frac{١}{٢}$ أ جـ ، $\frac{١}{٢}$ ب جـ ، أ ب]

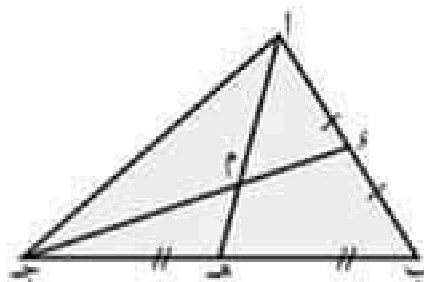
(٢٠) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ....من جهة القاعدة [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

(٢١) اذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب جـ ، ء منتصف ب جـ فان : أ م = ...
[٢ م ء ، ٢ أ ء ، ٣ م ء ، ٣ أ ء]

(٢٢) اذا كان أ ب جـ مثلث فيه أ ء متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته فان : أ م : أ ء = ... : ......
[٢:٣ ، ١:٣ ، ١:٢ ، ٣:٢]

(٢) أكمل ما يأتى مستعينا بالمعطيات على كل شكل

(١)

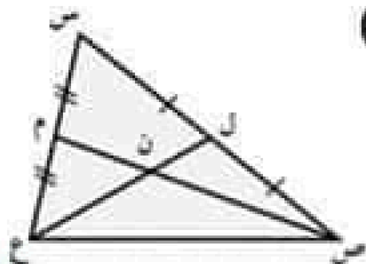


م هـ = ٣سم ، م جـ = ٨سم

م ا = ... ، م ى = ...

م هـ = ... اهـ ، م جـ = ... جـ ى

(٢)

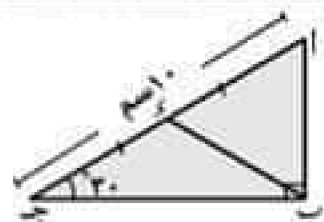


ل ع = ١٥سم ، ص م = ١٨سم ، س ص = ٢٠ سم

ن ل = ... ، ن ص = ...

محيط △ ن ل ص = ...

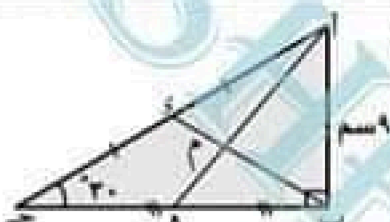
(٣)



ب ى = ... سم ، ا ب = ... سم

محيط △ ا ب ى = ... سم

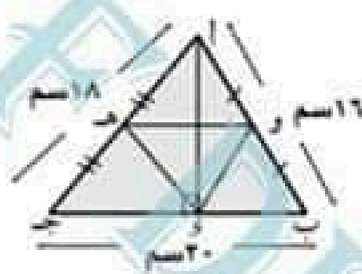
(٤)



ا جـ = ... سم ، ب ى = ... سم

م ى = ... ب ى ، م ى = ... سم

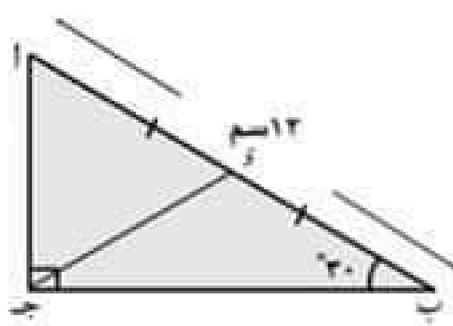
(٥)



ى و = ... سم ، ى هـ = ... سم ، و هـ = ... سم

محيط △ ى هـ و = ... سم

(٦)



ا جـ = ... سم ، ا ى = ... سم

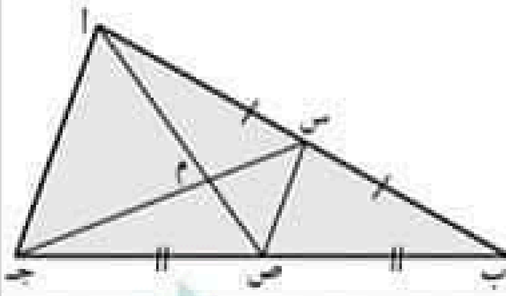
ب جـ = ... سم ، جـ ى = ... سم

تمرين (٤) ا ب جـ مثلث، س منتصف $\overline{اب}$، ص منتصف $\overline{ب جـ}$

س ص = ٥ سم ، $\overline{س جـ} \cap \overline{اص} = \{م\}$

بحيث: جـ م = ٨ سم ، ص م = ٣ سم

أوجد : (١) محيط Δ م س ص (٢) محيط Δ م ا جـ



الحـــــل:

....

....

....

....

....

....

....

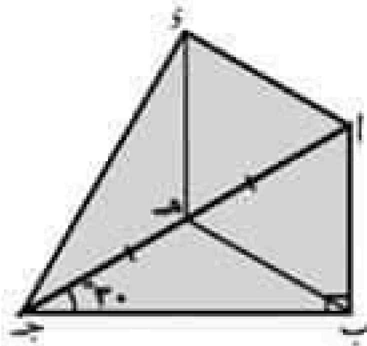
....

تمرين (٥) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ق($\angle$ ا جـ ب) = ٣٠°

ا ب = ٥ سم ، هـ منتصف $\overline{اجـ}$

اذا كان : ء هـ = ٥ سم

فاثبت أن : ق($\angle$ ا ء جـ) = ٩٠°



الحـــــل:

....

....

....

....

....

....

....

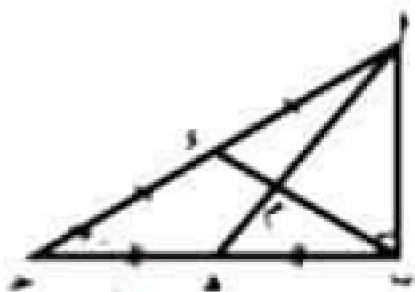
....

تمرين (٦) أبجـ مثلث قائم الزاوية فى ب

ء منتصف $\overline{أجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$

أجـ = ٩ سم ،

أوجد طول كلا من : $\overline{بء}$ ، $\overline{بم}$ ، $\overline{أب}$



الحـــل:

....

....

....

....

....

....

....

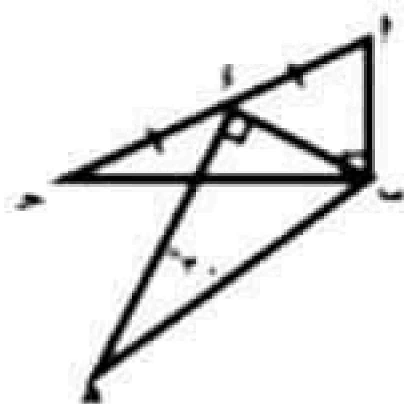
....

....

تمرين (٧) فى الشكل المقابل : ق(∠أبجـ) = ق(∠بءهـ) = ٩٠°

ق(∠هـ) = ٣٠° ، ء منتصف $\overline{أجـ}$

اثبت أن : أجـ = بهـ



الحـــل:

....

....

....

....

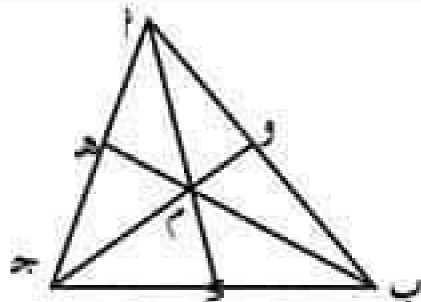
....

....

....

....

....



تمرين (٨) هـ منتصف أجـ ، ء منتصف بجـ
أجـ = ٩ سم ، أء ∩ بهـ = { م }
أب = ٨ سم ، مء = ٢ سم ،

الحـــل:

....

....

....

....

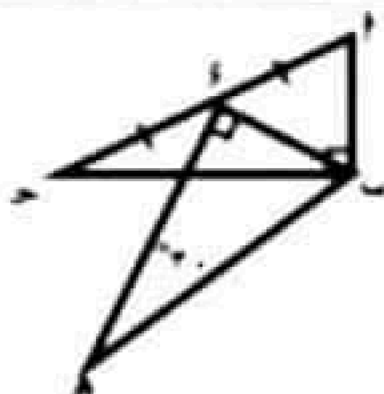
....

....

....

....

....



تمرين (٩) فى الشكل المقابل : (∠ابجـ) = ق(∠بءهـ) = ٩٠°
ق(∠هـ) = ٣٠° ، ء منتصف أجـ
اثبت أن: اجـ = بهـ

الحـــل:

....

....

....

....

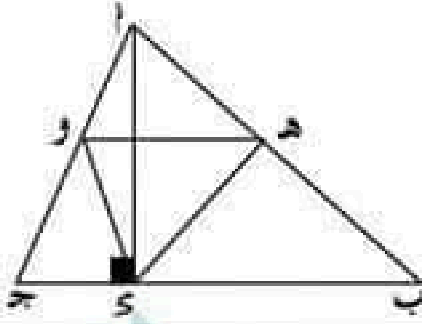
....

....

....

....

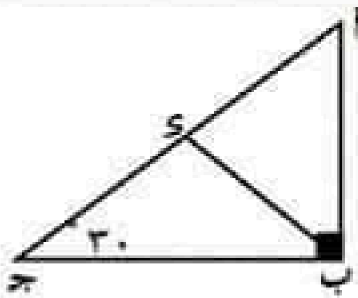
....



تمرين (١٠) أبجـ مثلث ، هـ،و منتصفا $\overline{أب}$،$\overline{أجـ}$ على الترتيب
$\overline{أء}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ يقطعه فى ء ، أب = ١٠ سم ، بجـ = ١٢ سم ،
أجـ = ٨ سم
أحسب محيط المثلث ءهـو

الحـــل:

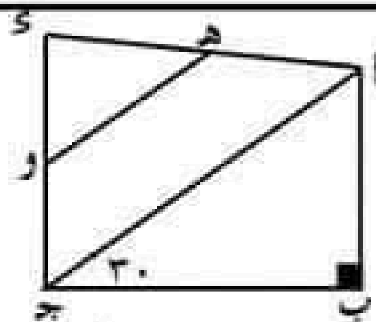
....



تمرين (١١) أبجـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، فيه ء منتصف $\overline{أجـ}$
أجـ = ١٠ سم ، ق(∠جـ) = ٣٠°
أوجد : طول $\overline{أب}$،$\overline{بء}$

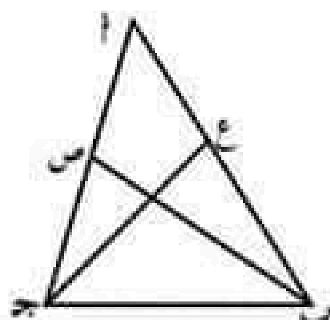
الحـــل:

....



تمرين (١٢) فى الشكل المقابل : ق(∠ اجب) = ٣٠° ،
هـ منتصف $\overline{أء}$ ، و منتصف $\overline{جـء}$ ،
أثبت أن : اب = هـ و

الحـــل:
....
....
....
....
....
....
....
....
....



تمرين (١٢) فى الشكل المقابل $\overline{بص}$ ، $\overline{جـع}$ متوسطان فى المثلث ابجـ
تقاطعا فى م ، اب = ١٥ سم ، اجـ = ١٢ سم ،
بم = ٨ سم ، جـع = ٩ سم ،
أوجد : محيط الشكل اعمص

الحـــل:
....
....
....
....
....
....
....
....
....

٢ المثلث المتساوى الساقين

(١) أكمل ما يأتى بالاجابة الصحيحة

١) زاويتا القاعدة فى المثلث متساوى الساقين ....فى القياس
٢) اذا كان المثلث متساوى الاضلاع فان قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ...
٣) قياس الزاوية الخارجة عند أى راس من رءوس المثلث المتساوى الاضلاع = ...
٤) فى Δابج اذا كان اب = اج ، ق($\angle$ا) = ٥٠° فان : ق($\angle$ب) =.....................
٥) فى Δابج اذا كان اب = اج ، ق($\angle$ب) = ٧٠° فان : ق($\angle$ا) =.....................
٦) اذا كان Δابج قائم الزاوية فى ب ، اب = ب ج ، فان : ق($\angle$ج) =.....................
٧) فى Δابج اذا كان اب = اج ، ق($\angle$ب) = ٦٠° فان : Δابج يكون ....
٨) اذا كان قياس زاوية رأس فى المثلث متساوى الساقين = ٨٠° فان قياس زاوية قاعدته = ...
٩) فى Δس ص ع ، اذا كان ق($\angle$س) = ٤٠° ، ق($\angle$ص) = ٧٠° فان Δس ص ع.....................الساقين
١٠) اذا تطابقت زوايا مثلث فأنه يكون ....الأضلاع
١١) فى Δس ص ع اذا كان س ص = ص ع ، ق($\angle$س) = ٦٠° ومحيطه ٤٥ سم فان : ص ع = ...سم
١٢) اذا تطابقت زاويتان فى مثلث كان المثلث ....
١٣) اذا كان قياس أحدى زوايا القاعدة فى المثلث متساوى الساقين ٧٠° فان قياس زاوية الراس = ...
١٤) منصف زاوية الرأس فى المثلث متساوى الساقين ....، ....
١٥) متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس يكون ....، ....
١٦) المستقيم المرسوم من رأس المثلث متساوى الساقين عموديا على القاعدة ....، ....
١٧) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم ....و ....
١٨) المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين عموديا على القاعدة يسمى ....
١٩) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين ....
٢٠) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع ....
٢١) عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع ....
٢٢) أى نقطة تقع على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على ....من طرفيها
٢٣) اذا كان المثلث متساوى الساقين قياس احدى زواياه ٦٠° فان عدد محاور تماثله ....
٢٤) اذا كان قياس احدى زوايا مثلث قائم الزاوية ٤٥° كان المثلث ....
٢٥) مثلث له محور تماثل واحد وقياس احدى زاويتى القاعدة تساوى ٥٠° فان قياس زاوية راسه = ...
٢٦) اذا كان قياسا زاويتين فى مثلث ٧٠° ، ٤٠° فان نوع المثلث بالنسبة لاضلاعه ....
٢٧) Δابج فيه ق($\angle$ا) = ٨٠° ، ق($\angle$ج) = ٥٠° فان عدد محاور تماثله = ...
٢٨) المستقيم العمودى على قطعه مستقيمة من منتصفها يسمى ....
٢٩) عدد محاور تماثل القطعة المستقيمة = ...
٣٠) اذا كانت ج $\in$ لمحور تماثل $\overline{اب}$ فان .... = ...

(٢) أختر الاجابة الصحيحة

١) فى Δابجـ اذا كان اب = بجـ ، ق(∠ب) = ٤٠° فان : ق(∠جـ) =..... [٤٠° ، ١٤٠° ، ٧٠° ، ٢٠°]

٢) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الاضلاع = ... [٣٠° ، ٦٠° ، ٩٠° ، ١٢٠°]

٣) Δس ص ع متساوى الساقين ، ق(∠س) = ٦٠° فان Δس ص ع يكون ....
[قائم الزاوية ، منفرج الزاوية ، متساوى الاضلاع ، مختلف الأضلاع]

٤) فى Δابجـ اذا كان اب = اجـ ، ق(∠ب) = ٤٥° فان Δابجـ يكون ....
[قائم الزاوية ، منفرج الزاوية ، حاد الزوايا ، متساوى الأضلاع]

٥) Δابجـ متساوى الساقين فيه ق(∠ب) = ١٠٠° فان : ق(∠ا) =......... [٤٠° ، ٥٠° ، ٨٠° ، ١٠٠°]

٦) اذا كان قياسا زاويتين فى مثلث ٨٠° ، ٥٠° فان المثلث يكون ....
[مختلف الاضلاع ، متساوى الاضلاع ، متساوى الساقين ، قائم الزاوية]

٧) اذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين ٥٠° فان قياس أحدى زاويتى قاعدته ....
[٥٥° ، ٦٥° ، ٨٠° ، ١٠٠°]

٨) عدد محاور تماثل المثلث متساوى الاضلاع = ... [صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

٩) فى Δابجـ اذا كان اب = بجـ فان ∠جـ تكون .... [حادة ، منفرجة ، قائمة ، مستقيمة]

١٠) اذا كانت س ∈ لمحور تماثل $\overline{اب}$ فان اس .... ب س [= ، // ، ⊥ ، ≡]

١١) المثلث الذى طوال اضلاعه ٢ سم ، (س + ٣) سم ، ٥ سم يكون متساوى الساقين عندما س = ...
[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

١٢) قياس اى زاوية من زوايا المثلث متساوى الاضلاع = ... [٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠° ، ١٢٠°]

١٣) زاويتا القاعدة فى المثلث متساوى الساقين .... [متتامتان ، متكاملتان ، متطابقتان ، مستقيمتان]

١٤) عدد محاور تماثل المثلث متساوى الساقين = ... [صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

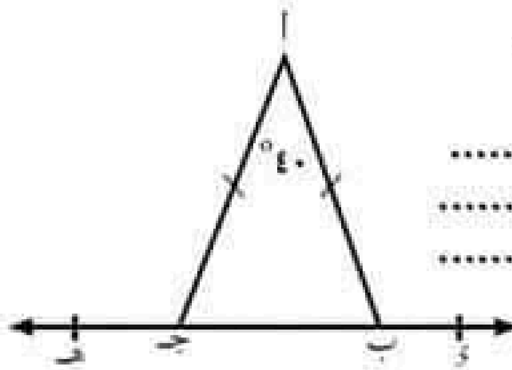
١٥) اذا كان طول ضلع فى مثلث = $\frac{١}{٣}$ المحيط فان عدد محاور تماثل هذا المثلث = ... [صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

١٦) عدد محاور تماثل المثلث القائم الزاوية وفيه زاوية قياسها ٣٠° هو .... [صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

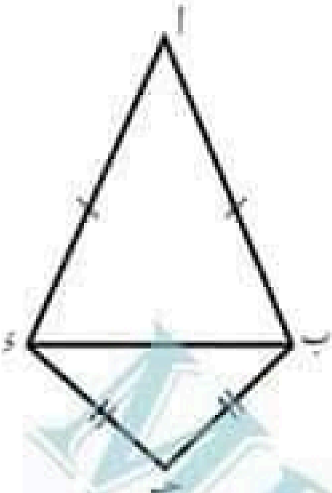
(٣) أجب عن الاسئلة الأتية

١) فى الشكل المقابل : اب = اجـ ، ق(∠ا) = ٤٠° ،
(ا) اوجد : ق(∠ابجـ) ، (ب) اثبت أن : ∠ابء ≡ ∠اجـهـ

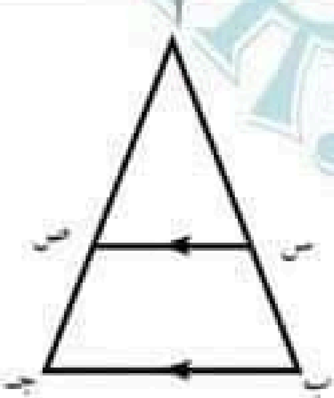
الحـــل : ....



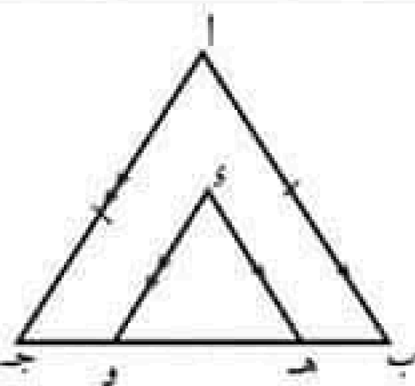
٢) فى الشكل المقابل : أب = أء ، جب = جء
اثبت أن : ∠ اب جـ ≡ ∠ اء جـ
الحـــل : ....
....
....
....
....
....
....



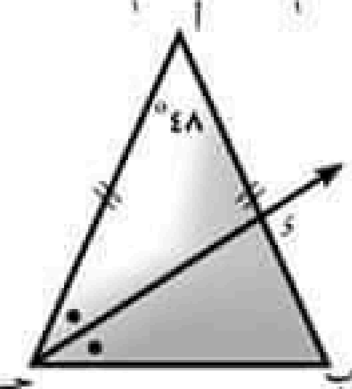
٣) فى الشكل المقابل : أب = أجـ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$
اثبت أن : أس = أص
الحـــل : ....
....
....
....
....

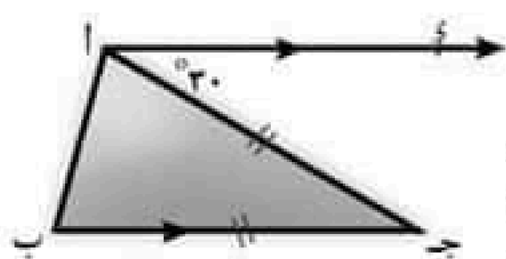


٤) فى الشكل المقابل : أب = أجـ ، $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ // $\overline{\text{أجـ}}$
اثبت أن : ءهـ = ء و
الحـــل : ....
....
....
....
....

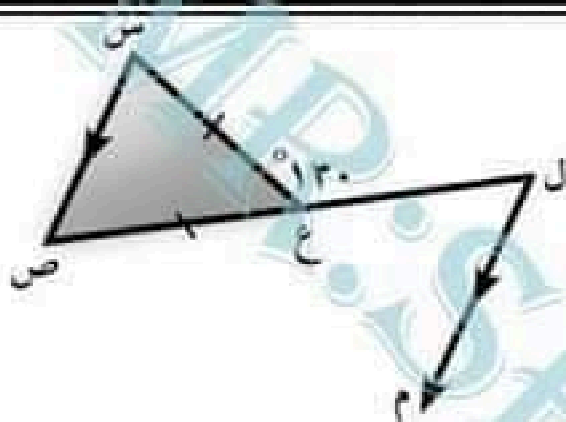


٥) فى الشكل المقابل : أب = أجـ ، $\overrightarrow{\text{جـء}}$ ينصف ∠ ب جـ أ
أوجد : ق(∠ ب) ، ق(∠ ب جـ ء)
الحـــل : ....
....
....
....
....

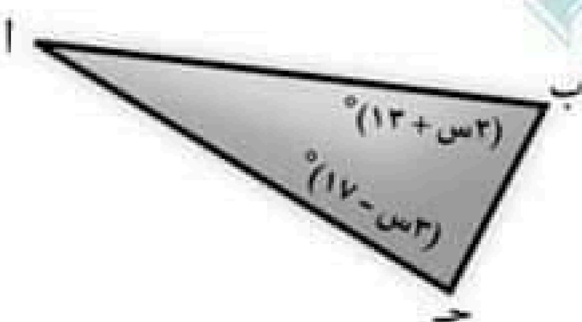




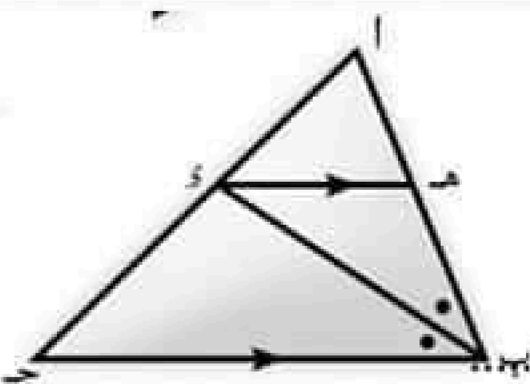
٥) فى الشكل المقابل : جـأ = جـب ، $\overleftrightarrow{أء}$ // $\overline{جـب}$ ، ق(∠ءأجـ) = ٣٠°
أوجد قياسات زوايا المثلث أب جـ
الحـــل : ....



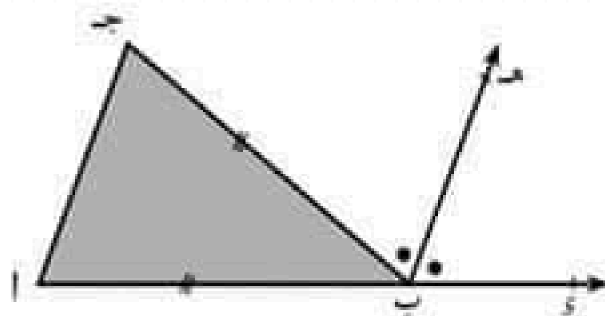
٦) فى الشكل المقابل : ع س = ع ص ، $\overrightarrow{لم}$ // $\overline{س ص}$
ق(∠س ع ل) = ١٣٠° ، أوجد ق(∠م ل ص)
الحـــل : ....



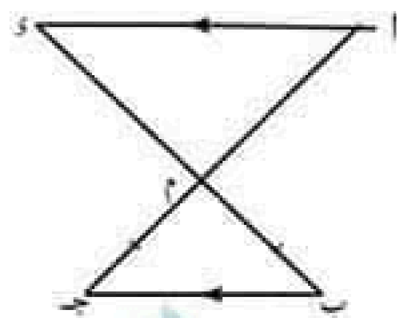
٧) فى الشكل المقابل : أب = أجـ ، ق(∠ب) = (٢س + ١٣)°
ق(∠جـ) = (٣س - ١٧)° ، أوجد قياسات زوايا △أب جـ
الحـــل : ....



٨) فى الشكل المقابل : $\overline{ب جـ}$ // $\overline{هـ ء}$ ، $\overrightarrow{ب ء}$ ينصف ∠أب جـ
اثبت أن : △هـ ب ء متساوى الساقين
الحـــل : ....



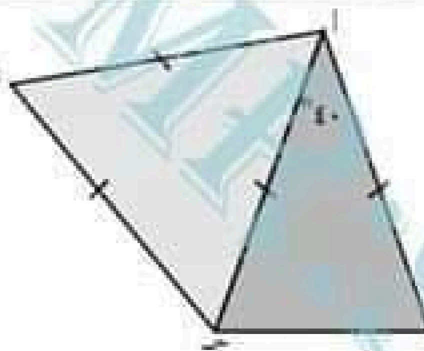
٩) فى الشكل المقابل : ب جـ = ب أ ، $\overrightarrow{ب هـ}$ ينصف ∠ء ب جـ
اثبت أن : $\overrightarrow{ب هـ}$ // $\overline{أ جـ}$
الحـــل : ....



١٠) فى الشكل المقابل : م ب = م جـ ، $\overleftrightarrow{بجـ} \parallel \overleftrightarrow{أء}$

اثبت أن : المثلث أ م ء متساوى الساقين

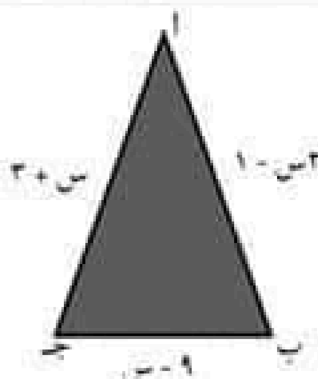
الحـــــل : ....



١١) فى الشكل المقابل : اب = اجـ = اء = جـ ء ، ق(∠ب ا جـ) = ٤٠°

أوجد : ق(∠ب جـ ء)

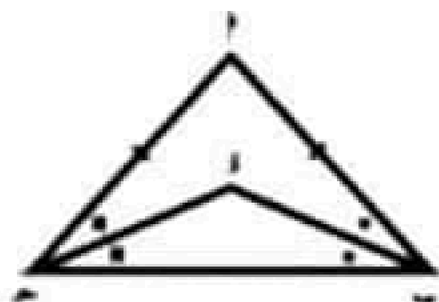
الحـــــل : ....



١٢) فى الشكل المقابل : ا ب جـ مثلث فيه ق(∠ب) = ق(∠جـ)

أوجد : محيط Δ ا ب جـ

الحـــــل : ....



١٢) فى الشكل المقابل : ا ب جـ مثلث فيه اب = اجـ

$\overrightarrow{بء}$ ينصف ∠ب ، $\overrightarrow{جـء}$ ينصف ∠جـ

اثبت أن : Δ ب ء جـ متساوى الساقين

الحـــــل : ....